【引用格式】钟博远，韩宝进，张语欣，等. 无需信源数的矢量水听器的改进 Capon 算法研究[J]. 数字海洋与水下攻防，2025，8（5）：636-643.

无需信源数的矢量水听器的改进 Capon 算法研究

钟博远[1]，韩宝进[1]，张语欣[1]，王清麟[1]，陈　哲[1, 2, *]

（1. 桂林电子科技大学 信息与通信学院，广西 桂林 541004；
2. 认知无线电与信息处理省部共建教育部重点实验室，广西 桂林 541004）

摘　要　针对传统子空间类算法在 DOA（Direction of Arrival）估计存在依赖信源数、算法分辨率有限等问题，提出了一种基于矢量水听器改进 Capon 算法（Improved Capon Estimator，ICE），此算法在未知信源数条件下可实现准确 DOA 估计。该方法利用了矢量水听器同步获取声压与振速数据的特性，构建矢量阵列模型；同时在 Capon 类代价函数框架内引入高阶逆协方差矩阵，通过提升矩阵逆的幂次，抑制信号子空间分量对 DOA 估计的干扰，克服传统子空间算法依赖于先验信源数的问题。本方法基于信号与噪声子空间特性差异，以高阶逆矩阵调控适配水下未知信源场景下的 DOA 估计。经数值仿真验证，该方法在信源数未知条件下，能准确实现高分辨率 DOA 估计，相较于 CBF，MUSIC 等对比算法，对相邻目标的分辨能力更强、具备良好的鲁棒性。

关键词　DOA 估计；信源数；矢量水听器；改进 Capon 算法

中图分类号　**TB566**　　**文献标识码**　A　　**文章编号**　2096-5753(2025)05-0636-08

DOI　10.19838/j.issn.2096-5753.2025.05.014

Research on Improved Capon Algorithm for Vector Hydrophones with Unknown Number of Signal Sources

ZHONG Boyuan[1]，HAN Baojin[1]，ZHANG Yuxin[1]，WANG Qinglin[1]，CHEN Zhe[1, 2, *]

（1. School of Information and Communication，Guilin University of Electronic Technology，Guilin 541004，China；
2. Cognitive Radio and Information Processing Key Laboratory Authorized by China's Ministry of Education Foundation，Guilin 541004，China）

Abstract　In view of the problems of direction of arrival（DOA）estimation in traditional subspace-based algorithms，such as dependence on the number of sources and limited algorithm resolution，an improved Capon estimator（ICE）based on vector hydrophones is proposed. This algorithm can achieve accurate DOA estimation under the condition of unknown number of sources. It takes advantage of the characteristic that vector hydrophones can simultaneously obtain sound pressure and vibration velocity data，and constructs a vector array model. At the same time，it introduces a higher-order inverse covariance matrix within the framework of Capon-type cost functions to enhance the power of matrix inversion，suppress the interference of signal subspace components on DOA estimation，and overcome the problem that traditional subspace algorithms are dependent on prior knowledge of the

收稿日期：2025-08-29

作者简介：钟博远（2004-），男，本科生，主要从事水下方位估计研究。

*通信作者：陈哲（1993-），男，博士，副教授，主要从事水声信号处理、水声目标识别、深度学习、混沌理论等研究。

基金项目：广西自然科学基金“水下小孔径超增益高阶矢量声呐应用基础研究”（2025GXNSFFA069010）；广西技术创新引导专项“基于双频多波束声呐的水下人造物高分辨探测研究”（桂科 AC25069006）；广西科技基地和人才专项“基于深度学习的声呐图像识别方法研究”（桂科 AD21220098）；国家级大学生创新训练项目（202410595036）。

number of sources. This method is based on the difference in the characteristics of the signal and noise subspaces, and regulates the high-order inverse matrix to adapt to the DOA estimation in the unknown source scenario. Numerical simulations have verified that this method can accurately achieve high-resolution DOA.

Key words　DOA estimation；source number；vector hydrophone；improved capon estimator

0　引言

在水下声呐探测、海洋目标定位及阵列信号处理领域，波达角（Direction of Arrival，DOA）估计是水下声呐系统实现目标定位与跟踪的核心技术，其性能直接决定水下非合作目标探测、海上攻防对抗、水下资源勘探等关键任务的完成质量[1]。早期 DOA 估计算法以常规波束形成技术（Conventional Beamformer，CBF）为典型代表[2-3]，该技术通过对各阵元接收信号加权求和以形成定向波束，虽具有原理简单、计算复杂度低的优势，但其分辨率受阵列孔径与信号带宽限制，难以突破瑞利限，在复杂水下环境中无法满足高分辨探测需求。MUSIC（Multiple Signal Classification）算法作为子空间类超分辨 DOA 估计算法的典型方法[4-5]，通过对接收信号协方差矩阵进行特征值分解，将矩阵空间划分为信号与噪声子空间，再利用 2 类子空间的正交性构建空间谱实现定位，突破了常规波束形成的瑞利限。然而，若信源数估计偏差，会直接导致子空间划分错误，进而降低 DOA 估计精度，在复杂场景下鲁棒性不足。ESPRIT（Estimating Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques）[6]算法是另一类典型的子空间超分辨 DOA 估计算法，其核心优势在于利用阵列平移不变性，无需通过扫描导向向量即可构建信号模型，通过求解特征值直接获取 DOA 结果，大幅降低了计算与存储需求，实时性优于部分算法，但该算法存在明显局限性：一方面，其严格依赖具备平移不变性的阵列结构（如均匀线阵），对阵列拓扑的适应性较差；另一方面，若阵元间距过小，会加剧阵元间的互耦效应，导致接收信号失真，进一步降低 DOA 估计精度；此外，该算法同样依赖基于特征值分析的信源数估计方法，在信源数未知或信源强度差异显著的复杂场景中，适用性受到极大限制。

传统子空间类超分辨 DOA 估计算法在实际应用中，普遍要求预先获取信源数的先验知识[7]，这一约束限制了其在水下非合作目标探测等复杂场景中的适用性。在水下非合作目标探测场景中，目标通常具备强隐蔽性，导致信源数难以通过预处理手段预先确定；同时，复杂海洋环境中的背景干扰（如海洋噪声、杂波反射等）易被误判为有效目标信号。若信源数估计出现偏差，将直接引发子空间划分错误——不仅会导致算法的角分辨率急剧下降，还会在空间谱中产生大量伪峰，严重破坏 DOA 估计精度，无法满足实际探测需求[8]。为克服信源数估计难题，研究人员提出了一系列经典信源数估计算法，其中最小描述长度（Minimum Description Length，MDL）[9]、Akaike 信息准则（AIC）[10-11]等经典信源数估计算法应用最广泛，这类算法基于信息论原理，通过平衡模型复杂度与拟合度来确定信源数，但在低信噪比等实际常见场景下，其性能显著下降，易出现未检测到实际存在的目标或将干扰误判为目标现象[12]。Capon 算法作为一类无需预先估计信源数的高分辨率 DOA 估计算法，因实现流程简洁、对信源数无依赖，被广泛应用于实际工程领域。然而，Capon 类算法存在明显的鲁棒性局限：其角分辨率远低于 MUSIC 等子空间类算法，尤其当 2 个目标的角度差接近或小于瑞利限时，算法难以对目标进行有效分辨，易出现目标角度混淆现象。

在复杂的水下声学环境中，传统标量声压传感器阵列仅能采集单一维度的声压信号，在低信噪比、少快拍、小目标角度差等严苛场景下，难以实现对目标的稳定、高精度定位[13]。矢量水听器作为可同步采集声压与质点振速（即 x，y 双向水平振速）信息的复合传感器，凭借其固有的低频率指向性，能有效抑制各向同性噪声；相较传统标量传感器阵列，其可获取更全面的声场信息，采集能力显著更优，为突破传统阵列的性能瓶颈提供了关键硬

件支撑[14]。然而，将 Capon 算法直接应用于矢量水听器阵列时，存在明显的性能缺陷：由于矢量水听器的声压通道与振速通道在噪声功率上存在固有不一致性，会导致阵列加权向量的计算出现偏差，进而引发 DOA 估计结果偏移与空间谱峰展宽，最终进一步削弱算法的定位精度[15-16]。为解决上述问题，学术界已开展大量研究并取得阶段性成果。其中，有研究奠定了矢量水听器阵列的理论基础，明确对称阵列可实现各向同性估计性能，但未涉及无需信源数场景；研究人员针对单矢量水听器通道不一致问题，提出基于功率归一化的改进 MVDR 算法，消除了通道增益失衡导致的偏差，但无法扩展到阵列场景；有研究将矢量水听器与互质阵列结合，利用稀疏阵列大孔径优势提升相邻目标分辨率，却仍依赖信源数已知的子空间划分[16]。

针对现有研究的不足，本文聚焦无需信源数的矢量水听器改进 Capon 算法展开研究，核心目标为在不依赖信源数先验知识的前提下，融合矢量水听器多维声场信息采集的硬件优势与 Capon 算法，实现简洁的算法优势，提升低信噪比、少快拍数场景下 DOA 估计的鲁棒性，为水下非合作目标探测任务提供技术支撑。该改进算法的核心设计思路与创新点如下：1）充分利用矢量水听器硬件特性，基于其可同步采集声压与振速数据的优势构建完整的矢量阵列流形，相比传统标量阵列更全面地捕捉水下声场的幅度、相位及振动方向信息，为提升 DOA 估计精度奠定数据基础；2）突破信源数依赖瓶颈，在 Capon 类算法的代价函数框架内引入高阶逆阵列协方差矩阵，通过调控矩阵逆的幂次参数有效抑制噪声子空间分量的干扰，无需预先明确信源数目即可实现子空间的动态适配，彻底摆脱传统子空间类算法对信源数先验知识的依赖，适配信源数未知的水下非合作目标探测场景。为验证所提算法的有效性，后续将通过数值仿真开展以下研究：在信源数未知的前提条件下验证该改进算法的高分辨率 DOA 估计能力；选取 MUSIC 算法、MVDR 算法及 CBF 算法作为对比算法，从 DOA 估计精度、相邻目标分辨能力及复杂场景鲁棒性（如低信噪比、少快拍数条件下的性能稳定性）3 个核心维度展开定量对比[17]，进一步证实所提算法在估计精度上更优、对近距离相邻目标的分辨能力更强[18]，且在复杂水下环境中具备更良好的鲁棒性。

1 信号模型

假设水下声场中部署由 M 个声压传感器构成的均匀线性阵列，接收 K 个（$K<M$）信号中心角频率为 w，波长为 λ，第 i 个目标为 θ_i 的远场窄带信号。阵列中第 m（$m<M$）个声压传感器在 t 时刻的接收信号，由目标信号与加性噪声叠加而成。第 i 个目标信号到达第 m 个阵元相对参考阵元的时延为 $\tau_m(\theta_i)$，单声压阵元接收信号可表示为：

$$x_{p,m}(t)=\sum_{i=1}^{K}s_i(t)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega\tau_m(\theta_i)}+n_{p,m}(t) \qquad (1)$$

式中：$x_{p,m}(t)$ 为第 m 个声压传感器接收信号；$s_i(t)$ 是第 i 个目标信号；$\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega\tau_m(\theta_i)}$ 用于补偿时延造成的相位差；$n_{p,m}(t)$ 为第 m 个阵元的加性噪声；j为虚数单位。假设为零均值高斯白噪声，且与目标信号不相关。

将各阵元信号整合为矩阵形式，接收信号向量为 $\boldsymbol{X}_p(t)$，涵盖 M 个声压阵元在 t 时刻的接收信号。导向矢量矩阵 $\boldsymbol{A}_p(\theta)$ 由各目标的声压导向矢量构成，其中第 i 个目标的声压导向矢量 $\boldsymbol{a}_p(\theta_i)=\left[\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega\tau_1(\theta_i)},\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega\tau_2(\theta_i)},\cdots,\ \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega\tau_M(\theta_i)}\right]^{\mathrm{T}}$。目标信号向量为 $\boldsymbol{S}(t)$，$\boldsymbol{N}_p(t)$ 代表噪声向量。由此，多阵元声压阵列接收信号的矩阵模型为

$$\boldsymbol{X}_p(t)=\boldsymbol{A}_p(\theta)\boldsymbol{S}(t)+\boldsymbol{N}_p(t) \qquad (2)$$

在上述理想介质中，基于流体动力学方程，经合理简化与线性化处理，可得出声压与振速的关联公式。在二维水平探测场景下，声压与振速分量呈现如下关系：

$$\begin{cases} v_x=p\cos\theta \\ v_y=p\sin\theta \end{cases} \qquad (3)$$

式中：v_x，v_y 分别是 x 轴、y 轴方向的振速分量；p 为声压；θ 代表目标方位角。

依据上述声压与振速关系，第 m 个矢量水听

器的各通道接收信号可表示为

$$p_m(t)=\sum_{i=1}^{K}s_i(t)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega\tau_m(\theta_i)}+n_{p,m}(t) \tag{4}$$

$$v_{x,m}(t)=\sum_{i=1}^{K}s_i(t)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega\tau_m(\theta_i)}\cos\theta_i+n_{x,m}(t) \tag{5}$$

$$v_{y,m}(t)=\sum_{i=1}^{K}s_i(t)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega\tau_m(\theta_i)}\sin\theta_i+n_{y,m}(t) \tag{6}$$

式中：$p_m(t)$，$v_{x,m}(t)$，$v_{y,m}(t)$分别为第 m 个矢量水听器的声压、x 轴振速、y 轴阵速；$s_i(t)$为第 i 个目标的窄带原始信号；$\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega\tau_m(\theta_i)}$用于补偿信号传播时延导致的相位变化；$n_{p,m}(t)$，$n_{x,m}(t)$，$n_{y,m}(t)$分别为各通道的加性噪声，均假设为零均值高斯白噪声且相互独立。

引入 $K\times K$ 维对角矩阵：

$$\boldsymbol{\Psi}_x=\mathrm{diag}\{\cos\theta_1,\cos\theta_2,\cdots,\cos\theta_K\} \tag{7}$$

$$\boldsymbol{\Psi}_y=\mathrm{diag}\{\sin\theta_1,\sin\theta_2,\cdots,\sin\theta_K\} \tag{8}$$

结合声压阵列导向矢量矩阵 $\boldsymbol{A}_p(\theta)$，各通道接收信号可表示为

$$\begin{cases}P(t)=\boldsymbol{A}_p(\theta)S(t)+\boldsymbol{N}_p(t)\\ V_x(t)=\boldsymbol{A}_p(\theta)\boldsymbol{\Psi}_{\mathrm{x}}S(t)+\boldsymbol{N}_{\mathrm{x}}(t)\\ V_y(t)=\boldsymbol{A}_p(\theta)\boldsymbol{\Psi}_{\mathrm{y}}S(t)+\boldsymbol{N}_{\mathrm{y}}(t)\end{cases} \tag{9}$$

式中：$P(t)$为声压；$V_x(t)$代表 x 轴振速；$V_y(t)$是 y 轴振速通道；$\boldsymbol{N}_p(t)$，$\boldsymbol{N}_x(t)$，$\boldsymbol{N}_y(t)$分别表示 3 个通道的噪声向量。

把上述 3 个通道的信号向量与噪声向量结合，得到 $3M\times1$维接收信号向量：

$$\boldsymbol{X}(t)=\left[\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}(t),\boldsymbol{V}_x^{\mathrm{T}}(t),\boldsymbol{V}_y^{\mathrm{T}}(t)\right]^{\mathrm{T}} \tag{10}$$

噪声向量可表示为

$$\boldsymbol{N}(t)=\left[\boldsymbol{N}_p^{\mathrm{T}}(t),\boldsymbol{N}_x^{\mathrm{T}}(t),\boldsymbol{N}_y^{\mathrm{T}}(t)\right]^{\mathrm{T}} \tag{11}$$

通过克罗内克积构建 $3M\times K$ 维矢量阵导向矢量矩阵 $\boldsymbol{A}(\theta)$，其中单个目标 θ_i 的导向矢量为 $\boldsymbol{a}(\theta_i)=\boldsymbol{a}_p(\theta_i)\otimes\boldsymbol{h}(\theta_i)$，$\boldsymbol{h}(\theta_i)=[1,\cos\theta_i,\sin\theta_i]^{\mathrm{T}}$ 是单个矢量水听器的通道响应向量。

多矢量水听器阵列接收信号的矩阵化模型为

$$\boldsymbol{X}(t)=\boldsymbol{A}(\theta)\boldsymbol{S}(t)+\boldsymbol{N}(t) \tag{12}$$

假设快拍数为 N，由式（12），其接收信号协方差矩阵为

$$\boldsymbol{R}=\frac{1}{N}E\left\{\boldsymbol{X}(t)\boldsymbol{X}^{\mathrm{H}}(t)\right\} \tag{13}$$

2　基于矢量水听器的改进 Capon 算法

2.1　MVDR 算法的局限性分析

MVDR 算法的核心思想是通过设计最优加权向量，在保证观测方向信号无失真的前提下最小化阵列输出功率，其约束优化问题可表述为

$$\min_{\boldsymbol{\varpi}}\boldsymbol{\varpi}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}\boldsymbol{\varpi}\ \text{s.t.}\ \boldsymbol{\varpi}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{a}(\theta)=1 \tag{14}$$

式中：$\boldsymbol{R}=\frac{1}{N}E\left\{\boldsymbol{X}(t)\boldsymbol{X}^{\mathrm{H}}(t)\right\}$为矢量水听器阵列接收信号的协方差矩阵；$\boldsymbol{\varpi}$ 为加权向量。

采用拉格朗日乘数法求解上述优化问题，联立约束条件可得 MVDR 的最优加权向量：

$$\boldsymbol{\varpi}_{\mathrm{MVDR}}=\frac{\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{a}(\theta)}{\boldsymbol{a}^{\mathrm{H}}(\theta)\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{a}(\theta)} \tag{15}$$

式中，$\boldsymbol{a}(\theta)$是矢量水听器阵列对应波达角 θ 的导向矢量。

将式（15）代入式（14），得到 MVDR 的谱函数：

$$\boldsymbol{P}_{\mathrm{MVDR}}(\theta)=\frac{1}{\boldsymbol{a}^{\mathrm{H}}(\theta)\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{a}(\theta)} \tag{16}$$

为揭示 MVDR 的性能缺陷，对协方差矩阵 $\boldsymbol{R}$ 进行特征值分解：

$$\boldsymbol{R}=\boldsymbol{U}_{\mathrm{s}}\boldsymbol{\Sigma}_{\mathrm{s}}\boldsymbol{U}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{H}}+\boldsymbol{U}_{\mathrm{n}}\boldsymbol{\Sigma}_{\mathrm{n}}\boldsymbol{U}_{\mathrm{n}}^{\mathrm{H}} \tag{17}$$

式中：$\boldsymbol{U}_{\mathrm{s}}$为信号子空间，其列向量张成与导向矩阵 $\boldsymbol{A}(\theta)$一致的空间，包含矢量水听器声压–振速联合信号的特征信息；$\boldsymbol{U}_{\mathrm{n}}$为与 $\boldsymbol{U}_{\mathrm{s}}$ 正交的噪声子空间；$\boldsymbol{\Sigma}_{\mathrm{s}}=\mathrm{diag}\{\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_K\}$ $\left(\lambda_K>\sigma^2\right)$，$\boldsymbol{\Sigma}_{\mathrm{n}}=\sigma^2 I_{3M-K}$ 分别为信号与噪声特征值矩阵。

定义 MVDR 代价函数：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{f}_{\mathrm{MVDR}}(\theta)&=\frac{\boldsymbol{a}^{\mathrm{H}}(\theta)\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{a}(\theta)}{\left(\boldsymbol{a}^{\mathrm{H}}(\theta)\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{a}(\theta)\right)^2}\\&=\boldsymbol{a}^{\mathrm{H}}(\theta)\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{a}(\theta)\end{aligned} \tag{18}$$

将特征分解结果代入 MVDR 代价函数，展开得：

$$\boldsymbol{f}_{\mathrm{MVDR}}(\theta)=\sum_{l=1}^{3M}\frac{1}{\lambda_l}\left|\boldsymbol{a}^{\mathrm{H}}(\theta)\boldsymbol{u}_l\right|^2 \tag{19}$$

式中：M 表示子阵列的个数；λ_l 代表协方差矩阵进行特征分解后得到的第 l 个特征值；$\boldsymbol{u}_l$ 为第 l 个特征值的特征向量。

由于 $\boldsymbol{a}(\theta)$ 与信号子空间 $\boldsymbol{U}_{\mathrm{s}}$ 共面，即

$\boldsymbol{a}(\theta)\subset span\{\boldsymbol{U}_s\}$，由此可得：

$$\begin{cases}\boldsymbol{a}^{\mathrm{H}}(\theta)\boldsymbol{u}_l\neq 0 & (l=1,\cdots,K)\\ \boldsymbol{a}^{\mathrm{H}}(\theta)\boldsymbol{u}_l=0 & (l=K+1,\cdots,3M)\end{cases} \tag{20}$$

最终对真实 DOA 有：

$$f_{\mathrm{MVDR}}(\theta_k)=\sum_{l=1}^{K}\frac{1}{\lambda_l}\left|\boldsymbol{a}^{\mathrm{H}}(\theta_k)\boldsymbol{u}_l\right|^2\neq 0 \tag{21}$$

表明 MVDR 的代价函数受信号子空间分量干扰，导致 DOA 估计存在渐近偏差，尤其在低信噪比场景下，声压与振速通道的信号干扰叠加，使得分辨率显著下降，难以满足高精度估计需求。

2.2 改进 Capon 估计算法的优化设计

基于矢量水听器阵列信号模型，定义改进 Capon 估计算法的适配多通道联合接收特性的功率目标函数：

$$P_{\mathrm{ICE}}=\boldsymbol{\varpi}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}^m\boldsymbol{\varpi} \tag{22}$$

式中：$\boldsymbol{R}^m$ 为协方差矩阵的 m 次幂；$\boldsymbol{\varpi}$ 是阵列的加权向量，用于对矢量水听器阵列接收的多通道信号进行加权处理。

同时保持“观测方向无失真”约束，构建优化问题：

$$\min_{\varpi}\boldsymbol{\varpi}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}^m\boldsymbol{\varpi}\ \text{s.t.}\ \boldsymbol{\varpi}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{a}(\theta)=1 \tag{23}$$

采用拉格朗日乘数法求解上述优化问题，构造拉格朗日函数：

$$\mathcal{L}_{\mathrm{ICE}}=\boldsymbol{\varpi}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}^m\boldsymbol{\varpi}-\mu\left(\boldsymbol{\varpi}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{a}(\theta)-1\right) \tag{24}$$

式中，μ 为拉格朗日乘数。根据复向量求导规则，对 $\boldsymbol{\varpi}^*$ 求导并令导数为 0：

$$\begin{aligned}&\frac{\mathrm{d}\mathcal{L}_{\mathrm{ICE}}}{\mathrm{d}\boldsymbol{\varpi}^*}=\boldsymbol{R}^m\boldsymbol{\varpi}-\frac{\mu}{2}\boldsymbol{a}(\theta)=0\\ &\Rightarrow\ \boldsymbol{\varpi}=\frac{\mu}{2}\boldsymbol{R}^{-m}\boldsymbol{a}(\theta)\end{aligned} \tag{25}$$

将 ϖ 代入约束条件 $\boldsymbol{\varpi}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{a}(\theta)=1$ 求解 μ：

$$\begin{aligned}&\frac{\mu}{2}\boldsymbol{a}^{\mathrm{H}}(\theta)\boldsymbol{R}^{-m}\boldsymbol{a}(\theta)=1\\ &\Rightarrow\ \frac{\mu}{2}=\frac{1}{\boldsymbol{a}^{\mathrm{H}}(\theta)\boldsymbol{R}^{-m}\boldsymbol{a}(\theta)}\end{aligned} \tag{26}$$

得到改进 Capon 估计算法的最优加权向量：

$$\boldsymbol{\varpi}_{\mathrm{ICE}}=\frac{\boldsymbol{R}^{-m}\boldsymbol{a}(\theta)}{\boldsymbol{a}^{\mathrm{H}}(\theta)\boldsymbol{R}^{-m}\boldsymbol{a}(\theta)} \tag{27}$$

将式（27）代入式（22），得到改进 Capon 估计算法的谱函数：

$$P_{\mathrm{ICE}}=\frac{1}{\boldsymbol{a}^{\mathrm{H}}(\theta)\boldsymbol{R}^{-m}\boldsymbol{a}(\theta)} \tag{28}$$

式（28）通过高阶逆协方差矩阵 $\boldsymbol{R}^{-m}$ 削弱信号子空间特征值 λ_l 的贡献，抑制了信号子空间干扰，同时融合声压与振速通道信息，显著提升了低信噪比场景下的估计分辨率。

3 仿真分析

3.1 算法原理验证

设矢量水听器阵列为 8 个阵元按半波长均匀排布，有 2 个信号源从远场入射，入射角为[20°，27°]，若信噪比为 0，快拍数为 100，本文所提算法与 CBF，MUSIC，MVDR 算法对比结果如图 1 所示，其中逆矩阵幂次 m=4。

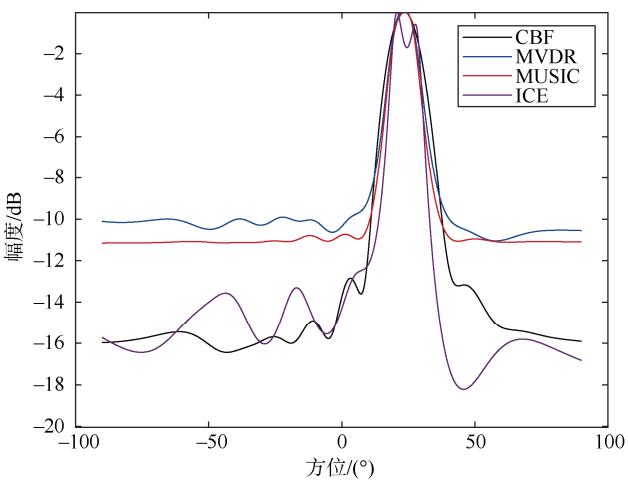

图 1 算法空间谱图对比

Fig. 1 Algorithm space spectrum comparison

从空间谱形态来看，ICE 算法呈现出显著优势：在目标角度（20°，27°）处形成尖锐且对称的谱峰，旁瓣抑制效果远超对比算法。这一现象的核心原因在于，ICE 算法通过高阶逆协方差矩阵（m=4）强化了对信号子空间干扰的抑制能力。相较于 MVDR 算法仅采用 1 次逆矩阵，高阶逆运算进一步削弱了信号子空间分量的影响。

对比而言，MUSIC 算法未能分辨 2 个目标，且出现旁瓣，易与弱目标信号混淆；MVDR 算法

谱峰更宽，旁瓣波动频繁；CBF 算法受瑞利限限制，无法分辨 2 个临近目标，2 个目标的谱峰出现明显重叠，仅能观测到 1 个宽峰，完全无法区分相邻目标。

3.2　算法性能验证

为验证所提算法性能，固定其他实验条件，设搜索步长为 0.01°，开展 300 次 Monte Carlo 独立实验，对比 MUSIC，MVDR，CBF 与所提算法。设信噪比–10~10 dB，快拍数 N=400，信号源数 K=2，入射角度（20°, 27°），4 种算法的均方根误差如图 2。

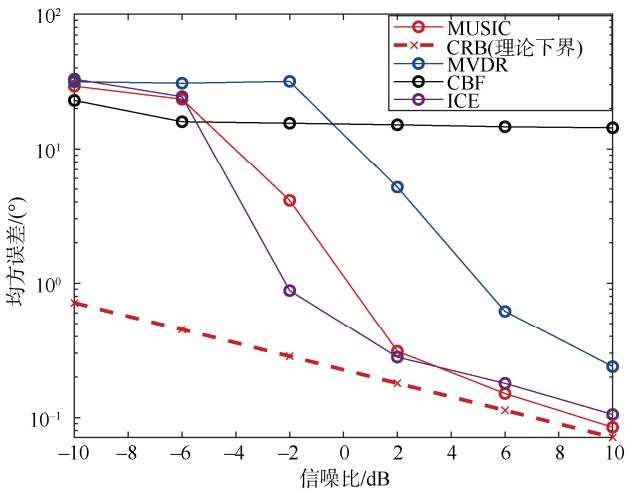

图 2　不同信噪比下算法性能对比

Fig. 2　Algorithm performance comparison at different signal-to-noise ratios

从误差变化趋势来看，ICE 算法呈现出低信噪比稳健、高信噪比快速收敛的特征：在信噪比为–10 dB 时，ICE 算法均方误差虽高于 MUSIC 算法，但低于 MVDR；当信噪比提升至 0 时，ICE 算法均方误差与 MUSIC 算法接近；信噪比达到 10 dB 时，ICE 算法均方误差逼近克拉美罗界（CRB）。这一规律的内在机理可从信号子空间解释：在低信噪比（≤–5 dB）场景下，噪声分量占比高，MUSIC 算法通过特征值分解可更精准地划分信号–噪声子空间，因此误差略低于 ICE 算法；但随着信噪比提升，信号子空间能量增强，ICE 算法的高阶逆协方差矩阵优势逐渐显现——高阶运算减少了协方差矩阵估计误差（由有限快拍导致）对加权向量的影响，使得算法对信噪比提升的敏感度更高。

值得注意的是，CBF 算法均方误差在全信噪比范围内始终维持不变；MVDR 算法在信噪比<0 时，均方误差下降趋于平缓，几乎不受信噪比影响，这是因为真实 DOA 角度为[20°，27°]；CBF，MVDR 算法分辨率由阵列孔径与信号带宽决定（瑞利限），无法分辨出相近的 2 个角度，故均方误差较大且保持不变。

为了进一步研究估计性能与快拍数的关系，仿真条件与上述条件保持不变，信噪比设为 0 dB，且快拍数在 10~1 000 之间变化。

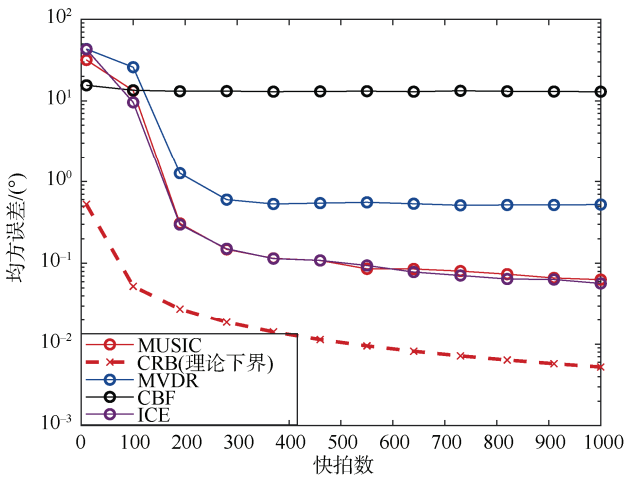

图 3　不同快拍数下算法性能对比

Fig. 3　Algorithm performance under different snapshot counts

如图 3 所示，ICE 算法的均方误差随快拍数增长呈现“快速下降–趋于平稳”的两段式变化：快拍数 N=10 时，高于 CBF 算法，这是因为有限快拍导致协方差矩阵估计偏差较大，高阶逆运算（m=4）在数据量不足时会放大误差；当 N=50 时，ICE 算法均方误差反超 CBF 算法；N=200 时，均方误差进一步降低，并在 N=500 后趋于稳定，高阶逆运算的优势得以充分发挥。

对比算法中，MUSIC 算法在 N=100 时均方误差降低之后收敛缓慢；MVDR 算法在 N=500 时波动较大；CBF 算法由于受到瑞利限限制，真实角度为[20°，27°]，两者角度接近，无法分辨出相近角

度，因此 RMSE 始终在同一水平波动，无明显收敛趋势。

下面进一步研究所提算法估计性能与阵元数的关系，仿真条件与上述条件保持不变，信噪比设为 0 dB，快拍数设为 400，阵元数在 6~24 变化。

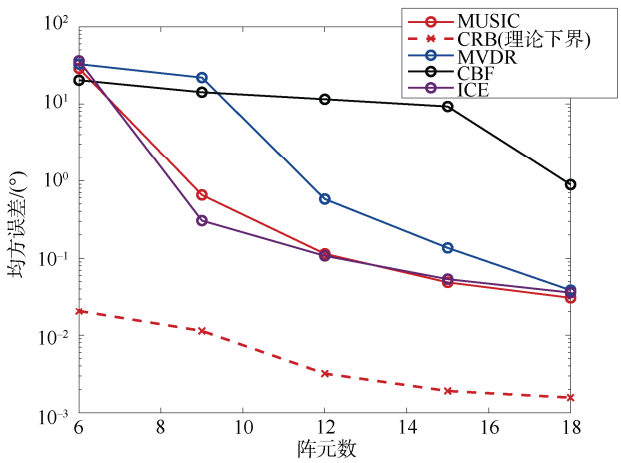

图 4　不同阵元数下算法性能对比

Fig. 4　Algorithm performance comparison at different array element counts

由图 4 可以看出，从整体趋势来看，各算法均方误差均随阵元数增加而下降，但 ICE 算法呈现出“小阵元数优势显著、大阵元数快速收敛”的特点。这一规律的核心原因在于，ICE 算法无需子空间划分，因此在阵元数较少（M 接近 K）时，无需担心信源数估计偏差导致的性能下降，而 ICE 算法通过高阶逆协方差矩阵直接利用全空间信息，即使阵元数较少，也能通过声压–振速联合数据补充声场信息，减少阵列孔径不足的影响。

4　结束语

本文提出的无需信源数的矢量水听器改进 Capon 算法，基于矢量水听器声压与振速联合接收特性构建矢量阵列流形，在 Capon 代价函数中引入高阶逆协方差矩阵，有效抑制信号子空间干扰，无需信源数先验知识。仿真分析表明，该算法在目标角度能形成清晰尖锐的空间谱峰，旁瓣抑制效果突出，相邻目标分辨能力优于 CBF，MUSIC 与 MVDR 等对比算法；随着信噪比提升和快拍数增加，其估计误差快速降低；阵元数达到一定数量后，误差迅速收敛，展现出在不同参数配置下的高分辨率与高精度优势，为水下目标探测提供了可靠的技术途径。

参考文献

[1] CHEN F，YANG D S，MO S Q. A method for estimating the direction of arrival without knowing the source number using acoustic vector sensor arrays[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing，2024，62：1001016.

[2] KRIM J，VIBERG M. Two decades of array signal processing[J]. IEEE Signal Processing Magazine，1996，13（4）：67-94.

[3] CHEN H Y，ZHU Z R，YANG D S. Conventional beamforming algorithm based on polarization filtering for an acoustic vector-sensor linear array mounted near a baffle[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering，2024，49（4）：1127-1139.

[4] ZHANG Q，ZHU J，GU Y T，et al. Gridless variational direction-of-arrival estimation in heteroscedastic noise environment[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering，2021，46（4）：1313-1329.

[5] HE W G，ZHANG F，LI Z L，et al. Study of improved multiple signal classification algorithm based on coherent signal sources[C]// 2016 World Automation Congress（WAC）. Rio：IEEE，2016.

[6] ROY R，PAULRAJ A，KAILATH T. ESPRIT-a subspace rotation approach to estimation of parameters of cisoids in noise[J]. IEEE Transactions on Acoustics，Speech，and Signal Processing，1986，34（5）：1340-1342.

[7] KHAN Z I，AWANG R A，SULAIMAN A A，et al. Performance analysis for estimation of signal parameters via rotational invariance technique（ESPRIT）in estimating direction of arrival for linear array antenna[C]// 2008 IEEE International RF and Microwave Conference. Kuala Lumpur：IEEE，2008.

[8] WANG B，CHEN F，MO S Q. An eigenvalue-based generalized MVDR method for DOA estimation of underwater targets without prior knowledge of source number[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement，2025，74：1-15.

[9] HUANG L，SO H C S. Source enumeration via MDL criterion based on linear shrinkage estimation of noise

subspace covariance matrix[J]. IEEE Transactions on Signal Processing，2013，61（19）：4806-4821.

[10] REDDY V V，MUBEEN M，NG B P. Reduced-complexity super-resolution DOA estimation with unknown number of sources[J]. IEEE Signal Processing Letters，2014，22（6）：772-776.

[11] AKAIKE H. A new look at the statistical model identification[J]. IEEE Transactions on Automatic Control，1974，19（6）：716-723.

[12] CHEN F，YANG D S，WU D，et al. A novel direction-of-arrival estimation algorithm without knowing the source number[J]. IEEE Communications Letters，2021，25（3）：985-989.

[13] YANG D S，SUN X Y，HONG L J，et al. Research of directivity of underwater acoustic velocity gradient sensors[C]// 2013 Symposium on Piezoelectricity，Acoustic Waves，and Device Applications. Changsha：IEEE，2013.

[14] HAWKES M，NEHORAI A. Acoustic vector-sensor beamforming and Capon direction estimation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing，1998，9（46）：2291-2304.

[15] LIANG G L，FU J，ZHANG K，et al. Modified MVDR algorithm for DOA estimation using acoustic vector hydrophone[C]// 2011 IEEE International Conference on Computer Science and Automation Engineering. Shanghai：IEEE，2011.

[16] WANG M G，ZHU Z R，GUI C Y，et al. DOA estimation of two adjacent targets with MVDR method by using the acoustic vector sensor coprime array[C]// 2023 IEEE 6th International Conference on Electronic Information and Communication Technology（ICEICT）. Qingdao：IEEE，2023.

[17] SHI Z B，ZOU N，QIU L H，et al. DOA estimation of LFM signal with single vector hydrophone based on LVD-MUSIC method[C]// 2018 10th International Conference on Wireless Communications and Signal Processing（WCSP）. Hangzhou：IEEE，2018.

[18] HUANG X Y，CHEN F，MO S Q，et al. Fully sterable beamforming for acoustic vector sensor planar array with small aperture[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems，2025：1-17.

（责任编辑：张曼莉）