【引用格式】陈广智，刘江鑫，吴立坚，等. 基于非线性声学技术的微裂纹扩展特性研究[J]. 数字海洋与水下攻防，2025，8（5）：620-626.

基于非线性声学技术的微裂纹扩展特性研究

陈广智[1]，刘江鑫[2]，吴立坚[2]，唐林驰[3]

（1. 苏州工学院 电子信息工程学院，江苏 常熟 215500；
2. 交通运输部公路科学研究所，北京 100088；
3. 桂林电子科技大学 信息与通信学院，广西 桂林 541004）

摘　要　为评估非线性声学手段在检测材料损伤中微裂纹扩展的应用潜力，并检验非线性尾波干涉技术（Nonlinear Coda Wave Interferometry，NCWI）在非均质复杂材料微裂纹损伤检测中的灵敏度和适用性。基于多重散射理论与裂纹状散射体有效散射截面，建立尾波传播速率与裂纹参数的关联模型。采用谱有限元（Spectral Element Method，SEM）法构建含随机裂纹的介质并开展仿真与敏感性分析，结果显示尾波传播速率相对变化值与损伤区域的裂纹密度和长度变化呈线性比例关系，在低幅度微损伤工况下相关性稳定，对裂纹取向与空间分布具有良好鲁棒性。研究结果进一步表明，NCWI 对传播介质的微小变化高度敏感，能有效利用微裂纹引起的非线性效应，实现复杂材料微裂纹的早期识别与定量表征。

关键词　微裂纹；非线性尾波干涉技术（NCWI）；非线性声学；谱有限元（SEM）

中图分类号　TB559　　**文献标识码**　A　　**文章编号**　2096-5753(2025)05-0620-07

DOI　10.19838/j.issn.2096-5753.2025.05.012

Study on Micro-Crack Propagation Characteristics Based on Nonlinear Acoustic Techniques

CHEN Guangzhi[1]，LIU Jiangxin[2]，WU Lijian[2]，TANG Linchi[3]

（1. School of Electronic and Information Engineering，Suzhou University of Technology，Changshu 215500，China；
2. Research Institute of Highway，Ministry of Transport，Beijing 100088，China；
3. School of Information and Communication，Guilin University of Electronic Technology，Guilin 541004，China）

Abstract　This study evaluates the application potential of nonlinear acoustics for detecting micro-crack growth in damaged materials and examines the sensitivity and applicability of nonlinear coda wave interferometry（NCWI）for micro-crack detection in heterogeneous，complex media. Based on multiple-scattering theory and the effective scattering cross-section of crack-like scatters，a linkage model between coda-wave propagation velocity and crack parameters is established. A spectral element method（SEM）framework is used to construct media with random crack fields，and simulations and sensitivity analyses are carried out. The results show that the relative coda-wave velocity change（Δv/v）exhibits an approximately linear proportional relationship with both crack density and crack-length variation within the damaged region. This correlation remains stable under low-amplitude

收稿日期：2025-08-29

作者简介：陈广智（1992-），博士，讲师，主要从事声学探伤相关研究。

*通信作者：刘江鑫（1987-），博士，助理研究员，主要从事道路工程结构与材料性能研究。

基金项目：国家自然科学基金“水下矢量声场高效稳健方位估计方法研究”（62301179）；广西自然科学基金“水下小孔径超增益高阶矢量声呐应用基础研究”（2025GXNSFFA069010）。

micro-damage conditions and shows strong robustness to variations in crack orientation and spatial distribution. The research results further demonstrate that NCWI is highly sensitive to minute changes in propagation media and effectively utilizes nonlinear acoustic effects induced by micro-cracks，enabling early identification and quantitative characterization of micro-crack evolution in complex materials.

Key words　micro-cracks，nonlinear coda wave interferometry（NCWI），nonlinear acoustics，spectral finite element method（SEM）

0　引言

非线性超声检测方法在探测复杂材料中的微裂纹或早期损伤方面显示出极高的敏感度和检测效率，而传统的线性超声方法则存在一定的局限性。尤其是基于非经典非线性效应的方法在各领域的无损检测中都表现出显著的优势[1-3]，比如地球科学、建筑结构和道路工程等。非线性声学现象的产生与早期材料损伤密切相关，这些非线性现象不仅在非线性介观弹性（Nonlinear Mesoscopic Elastic，NME）材料中出现，而且在受损的均质材料中同样存在[4-5]。

非线性调制作为一种重要的非线性声学方法，被广泛研究和应用于材料损伤的特征化和检测中[6-8]。该方法的基本原理是在待测试材料中首先应用高振幅的低频波（即泵波）激励，以突出材料的非线性效应，然后使用小振幅的高频波（即探测波）来探测材料损伤。尾波干涉技术是另一种被广泛研究的复杂材料无损检测方法，其对传播介质中微小变化的敏感性非常高[9-11]。综合以上 2 种有效的损伤检测方法，ZHANG 提出了非线性尾波干涉技术（Nonlinear Coda Wave Interferometry，NCWI）[5]。该技术对裂纹检测的有效性已经在玻璃、砂浆[12]、混凝土[13]等材料样品中得到实验验证。

本文从探究 NCWI 方法的物理机理角度出发，研究了多重散射介质中材料微裂纹的动态变化所引起的非线性声学效应，并讨论了在数值仿真计算中可应用的裂纹相关的非线性参量。文中首先回顾了多重散射理论，介绍了声散射中一些特征量定义，阐明了扩散常数 D、有效散射截面 σ^*、平均自由程 l^* 和尾波传播速率 v_{coda} 之间的关系；然后利用谱有限元（Spectral Element Method ，SEM）数值计算方法对线性线声源均匀介质中裂纹状散射体有效散射截面进行仿真分析；最后在均质介质（多重散射介质）中建立随机裂纹模型，基于 NCWI 方法进行裂纹变化的参数敏感性研究，并讨论了该方法在材料微裂纹检测中的敏感度和适用性。

1　声散射理论分析

多重散射理论可以很好的对平均声强进行描述和研究。假设将多重散射样品浸入水中，对于单色标量波，格林方程可以写为[14]

$$\Delta G(\omega,\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}')+k^2(\omega,\boldsymbol{r})G(\omega,\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}')-(\nabla\log\rho(\boldsymbol{r})\cdot\nabla)G(\omega,\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}')+\delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}') \quad (1)$$

式中：$G_0(\omega,\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')$ 为均质介质中的格林函数解；$\rho(\boldsymbol{r})$ 为非均质介质密度函数；$\boldsymbol{r}'$ 表示点源位置；$k^2(\omega,\boldsymbol{r})=\omega^2/c^2(\boldsymbol{r})$，其中 $c(\boldsymbol{r})$ 为声速函数。定义算符 $V(\boldsymbol{r})=k^2(\omega,\boldsymbol{r})-k_0^2(\omega)-(\nabla\log\rho(\boldsymbol{r})\cdot\nabla)$，其中 $k_0=\omega/c_0$ 为均质介质中对应的波数，利用 Born 展开，式（1）的解可写为

$$\begin{aligned}&G(\omega,\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}')=\\&G_0(\omega,\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')+\int G_0(\omega,\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_1)V(\boldsymbol{r}_1)G(\omega,\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{r}')\mathrm{d}\boldsymbol{r}_1+\\&\iint G_0(\omega,\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_2)V(\boldsymbol{r}_2)G_0(\omega,\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1)V(\boldsymbol{r}_1)G_0(\omega,\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}')\mathrm{d}\boldsymbol{r}_1\mathrm{d}\boldsymbol{r}_2+\cdots\end{aligned} \quad (2)$$

一阶展开式对应于单散射近似，而高阶项则代表多重散射近似，式（2）给出了非均质介质中波动方程的闭合解。

在声学中，弹性平均自由程 l^* 是多重散射波的重要参数之一，它用来描述复信号的振幅衰减情况[15]。当声波经过多个弹性平均自由程后，能量会转移到尾波（稳定状态下的多重散射波）上，而相干波则可以被忽略。当样品的尺寸大于平均自由程时，研究平均声强比平均振幅更有意义。根据 Bethe-Salpeter 方程，散射能量 $\langle I\rangle=\langle GG^*\rangle$ 的解可以表示为[16]

$$\langle G(\boldsymbol{r}',\boldsymbol{r}_{0'})G^{*}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_{0})\rangle = \langle G(\boldsymbol{r}',\boldsymbol{r}_{0'})\rangle\langle G^{*}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_{0})\rangle + \int\langle G(\boldsymbol{r}',\boldsymbol{r}_{1})\rangle\langle G^{*}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_{2})\rangle\times U(\boldsymbol{r}_{1},\boldsymbol{r}_{2},\boldsymbol{r}_{3},\boldsymbol{r}_{4})\langle G(\boldsymbol{r}_{3},\boldsymbol{r}_{0'})G^{*}(\boldsymbol{r}_{4},\boldsymbol{r}_{0})\rangle \mathrm{d}\boldsymbol{r}_{1}\mathrm{d}\boldsymbol{r}_{2}\mathrm{d}\boldsymbol{r}_{3}\mathrm{d}\boldsymbol{r}_{4} \quad (3)$$

式中，$U(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{r}_2,\boldsymbol{r}_3,\boldsymbol{r}_4)$ 为顶点函数（Vertex Function）。在 Boltzmann 近似中，式（3）可以看作是辐射传输方程（Radiative Transfer Equation，RTE）[17]。

为了求解 RTE 方程，可以利用扩散近似，平均强度函数 $\langle I(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}';t,t')\rangle = \langle|G(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}';t,t')|^2\rangle$ 服从扩散方程：

$$D\nabla\langle I(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}',t)\rangle - \frac{\partial\langle I(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}',t)\rangle}{\partial t} = \delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')\delta(t) \quad (4)$$

式中，D 是扩散常数，它是一个与多重散射引起的“扩散晕”增长速度有关的动态参数。扩散常数 D 与传输平均自由程 l^* 的关系如下：

$$D = \frac{V_{\mathrm{E}}l^*}{d} \quad (5)$$

式中：d 是维度（本文 d=2）；V_{E} 是传播速度，本文中对应于尾波的传播速率，即 $V_{\mathrm{E}} = v_{\mathrm{coda}}$。平均自由程 l^* 与有效散射截面 $\sigma^\star$ 的关系为[18]

$$l^* = \frac{1}{\sigma^\star} \quad (6)$$

式中：$\sigma^\star$ 为单位有效散射截面（$2D$），也称传输截面，其计算公式为

$$\sigma^\star = \sigma - \sigma^* = \int\frac{\partial\sigma}{\partial\theta}\mathrm{d}\theta - \int\cos(\theta-\theta_0)\frac{\partial\sigma}{\partial\theta}\mathrm{d}\theta \quad (7)$$

式中：$\partial\sigma/\partial\theta$ 表示散射截面的差分形式，对应于在 θ 方向上的归一化角强度；σ 是总弹性散射截面，σ^* 表示单个散射体散射强度的余弦平均值，它表示散射的趋势；θ_0 表示源传播的方向角度。如果 $\sigma^*>0$，则表示散射具有前向散射趋势，$\sigma^*<0$，则表示后向散射趋势；当散射效应不明显时 $\sigma^*\approx0$，此时 $\sigma^\star = \sigma$[18]。

扩散常数可以用传播速度与有效散射截面来计算：

$$D = \frac{V_E}{d\cdot\sigma^\star} \quad (8)$$

自由场中扩散方程式（4）的解为

$$\langle I(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}',t)\rangle = \frac{1}{(4\pi Dt)^2}\exp\left(-\frac{(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')^2}{4Dt}\right) \quad (9)$$

2 仿真实验与结果讨论

2.1 裂纹状散射体的有效散射截面仿真研究

当入射平面波与传播介质中的散射体相互作用时，声场会以不同的振幅和相位向不同方向重新分布。散射体对入射波的改变能力可以用其弹性散射截面 σ 来量化，在二维情况下，弹性散射截面 σ 对应一个距离量。散射截面通常通过单位角度的散射波强度 $\phi_s(\omega,\theta)$ 与入射波强度 $\phi_0(\omega,\theta)$ 之比来计算。

在数值计算中，二维有效散射截面分 2 步确定：1）仿真计算没有裂纹散射体的接收器圆阵列接收到的参考平面波场 $\phi_0(t,\theta)$；2）将裂纹状散射体放置在声场 $\phi(t,\theta)$ 中，扩散波场则为二者差值：$\phi_s(t,\theta) = \phi(t,\theta) - \phi_0(t,\theta)$。有效散射截面的差分形式为

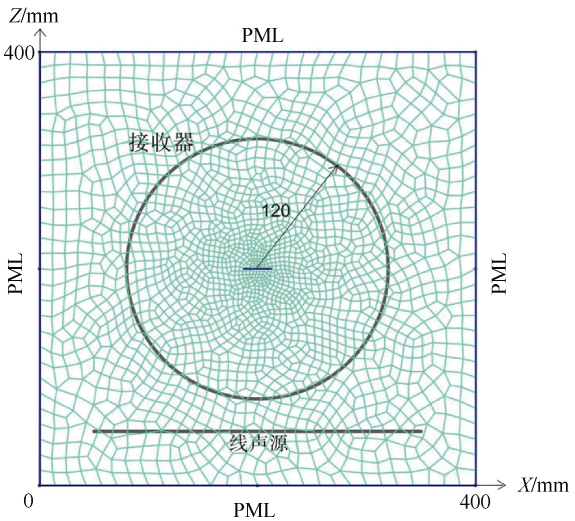
$$\frac{\partial\sigma}{\partial\theta}(\theta) = R\frac{\int[\phi(t,\theta)-\phi_0(t,\theta)]^2\,\mathrm{d}t}{\int\phi_0^2(t,\theta)\mathrm{d}t} \quad (10)$$

式中，R 是线声源与散射体中心之间的距离。有效散射截面 $\sigma^\star$ 由下式计算：

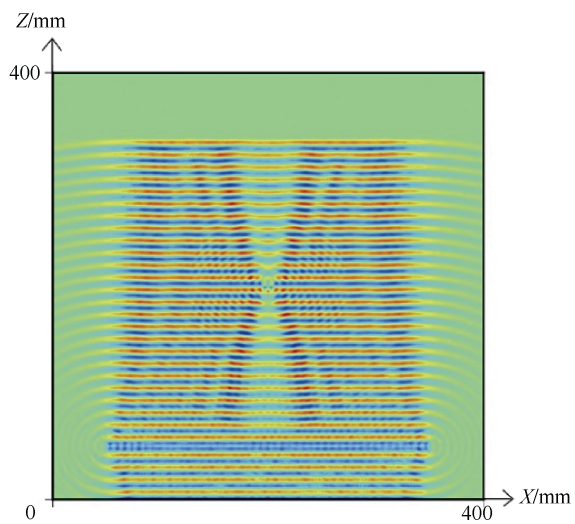
$$\sigma^\star = R\int(1-\cos(\theta-\theta_0))\frac{\partial\sigma}{\partial\theta}\mathrm{d}\theta \quad (11)$$

本文使用二维谱有限元（SEM2D）对局部裂纹状散射体的有效散射截面进行了数值估计。网格是通过 GMSH 软件绘制。实验材料的材料物理特征参数为：杨氏模量 69 GPa，泊松比 0.25，密度 2 500 $\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$，由此可以计算得到 P 波和 S 波的速度分别为 5 755 $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 和 3 323 $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$。如图 1（a）所示，实验矩阵大小设置为 400 mm×400 mm，周围设置完美匹配层（Perfectly Matched Layers，PML）作为声吸收层。裂纹状散射体尺寸为 10 mm，与线声源夹角为 0°。平面波由介质底部边界处的线性阵列产生，该线性阵列由频率为 500 kHz 的 1 024 个点源发声器组成，位于距离底部边界 50 mm 的位置，沿 Z 轴方向，对应式（11）中参量 R=150 mm，$\theta_0 = \pi/2$。使用大量点声源是为了尽可能快地产生质量相对较好的平面波[19]。图 1（b）

给出了一个线声源发射声波后经过裂纹状散射体后的声场分布示例。



(a) 仿真模型及网格示例

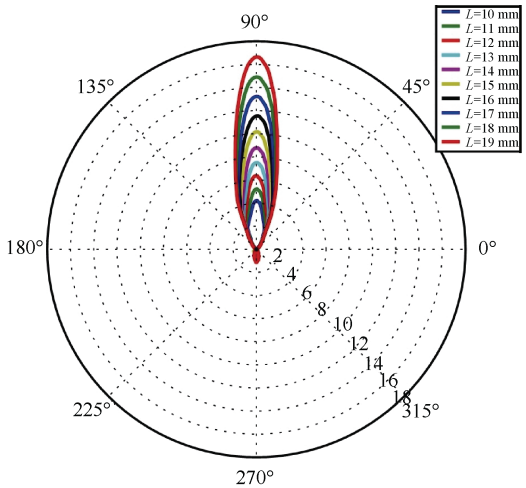


(b) 散射波场示例

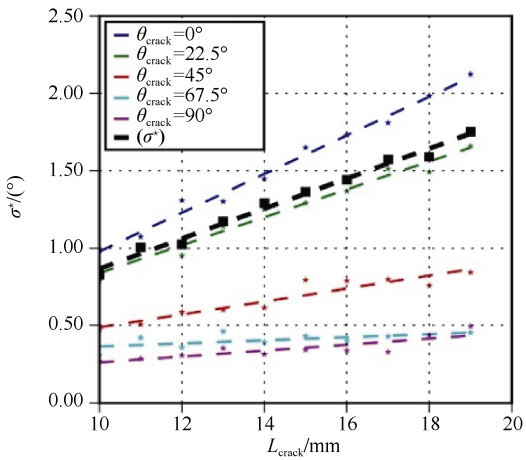
图 1　局部裂纹状散射体仿真模型及声场分布

Fig. 1　Simulation model and sound field distribution of local crack-like scatters

仿真实验共应用了 50 个数值模型，在每个模型中，分别设置了 10 种不同长度裂纹状散射体，范围为 10~19 mm，其厚度被设置为 0.01 mm。这个厚度相比于波长 6.6 mm 来说非常小，因此可以忽略不计。裂纹角度设置为相对于线声源夹角 0°（平行于线声源）至 90°（垂直于线声源）之间的 5 种不同取值。每个模型中均布放了 512 个接收点，均匀布放在距离散射体中心 120 mm 的圆周上。不同模型下仿真实验结果如图 2 所示。



(a) 散射截面的差分$\partial\sigma/\partial\theta$计算结果



(b) 裂纹状散射体的有效散射截面σ^*计算结果

图 2　不同长度与角度裂纹状散射体的散射特性仿真结果

Fig. 2　Simulation results of scattering characteristics of crack-like scatters with different lengths and angles

图 2（a）给出了当平面波入射方向 $\theta_0=90^\circ$ 时，不同长度裂纹状散射体的 $\theta_{\text{crack}}=0^\circ$（平行于线声源）方向下的散射截面的差分 $\partial\sigma/\partial\theta$ 计算结果。这些结果是在与接收器的距离大于 10 个波长的远场条件下获得的。实验结果表明，随着裂纹长度 L_{crack} 的增长，$\partial\sigma/\partial\theta$ 的值也相应增大。图 2（b）展示了在远场条件下，裂纹状散射体的有效散射截面 σ^* 随裂纹的角度变化（$\theta_{\text{crack}}=0\sim90^\circ$）和裂纹长度变化（$L_{\text{crack}}=10\sim19$ mm）的变化情况。图中还绘制了同一裂纹长度在不同角度下的平均有效散射截面 $\langle\sigma^*\rangle$。图 2（b）显示有效散射截面 σ^* 随裂纹长度变化线性增加，且受裂纹角度影响显著，

有效散射截面 $\sigma^{\star}$ 随裂纹角度的增大而减小。根据该计算结果，我们可以得到有效散射截面 $\sigma^{\star}$ 与不同角度下裂纹状散射体长度 L_{crack} 的线性关系式：

$$\sigma^{\star} = \alpha_{\sigma}^{L} \times L_{\text{crack}} \tag{12}$$

式中：α_{σ}^{L} 表示有效散射截面相对于裂纹长度的线性系数。

在单次散射近似条件下，散射介质的某些特征参量的平均值与单个散射截面有关[18]。在扩散状态下，考虑到微裂纹位于传播介质中的二维问题，根据式（8），扩散常数 D 与裂纹长度 L_{crack} 之间存在以下关系：

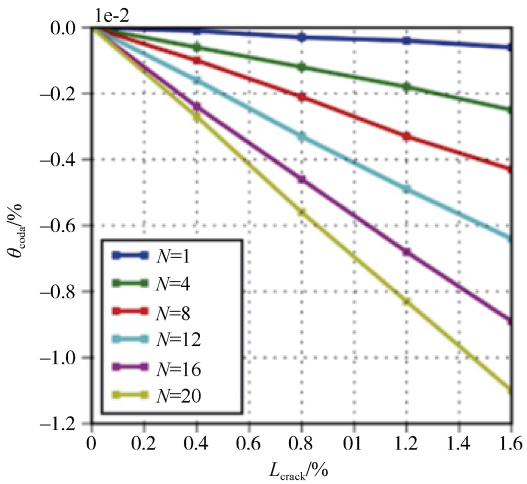
$$D = \frac{1}{2\alpha_{\sigma}^{L}} \cdot \frac{v_{\text{coda}}}{L_{\text{crack}}} \tag{13}$$

利用仿真数值计算方法研究具有局部随机裂纹的多重散射介质中尾波的速率变化，在探究复杂介质中裂纹检测的 NCWI 方法物理机理方面具有重要作用。接下来的部分将介绍 NCWI 特征参数尾波相对速率变化 $\theta_{\text{coda}} = \Delta v_{\text{coda}} / v_{\text{coda}}$ 与裂纹长度之间的参数关系研究。

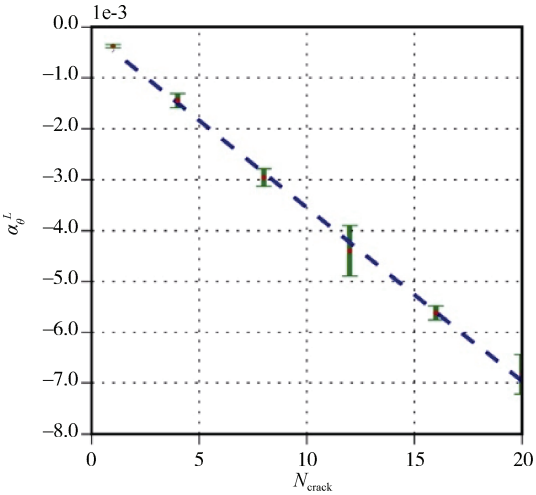
2.2 尾波传播速率与裂纹变化的关联性仿真研究

非线性效应与不同类型材料中微裂纹等早期损伤密切相关，不仅在 NME 材料中存在，而且在受损的均质材料中也有出现。本文通过利用随机布放裂纹・状散射体对均质材料的微裂纹区进行建模，通过调整裂纹长度 L_{crack} 和裂纹密度 N_{crack} 来模拟 NCWI 方法中因泵波激励所出现的非线性效应，并观察裂纹变化与 NCWI 特征参量尾波相对速率变化 θ_{crack} 之间的关系。

仿真实验中共设置了 30 个数值模型，其中包括 6 种配置，每种配置设有 1~20 个不同数量的裂纹。对于每个固定数量的模型，进行了 5 次随机重置裂纹布放。每个裂纹使用一个空网格单元建模，大小为 10 mm×0.1 mm。模型大小为 200 mm×200 mm 材料参数与上一小节相同。检测信号采用宽频 chirp 信号，频段为 200 kHz~800 kHz，持续时间为 0.2 ms，位于坐标（50 mm，200 mm）处。NCWI 观测参量对接收器位置布放不敏感[20]，因此接收器被布放在坐标（200 mm，20 mm）处。在仿真中，通过设置裂纹长度的微小变化（长度 L_{crack} 和密度 N_{crack}）来模拟不同的材料损伤状态，然后与初始材料状态进行比较，评估 NCWI 参量值，这里是指尾波相对速率变化 θ_{coda}。裂纹密度设置为 1，N_{crack}=4，N_{crack}=8，N_{crack}=12，N_{crack}=16，N_{crack}=20 共 6 种模型，裂纹长度的变化同时应用于介质中所有的裂缝，变化值 ΔL_{crack} 在 0~+1.6%之间变化，其中 $\Delta L_{\text{crack}} = 0$ 对应参考模型，即材料初始状态。利用 Stretching 方法进行 CWI 参数分析后，得到的尾波相对速率变化 θ_{coda} 与裂纹长度变化 ΔL_{crack} 和裂纹密度 N_{crack} 之间的参数敏感度研究结果如图 3 所示。



(a) 尾波相对速率变化θ_{coda}与裂纹长度变化ΔL_{crack}之间的关系



(b) 相对变化关系

图 3 尾波相对速率变化 θ_{coda} 与裂纹长度变化 ΔL_{crack} 和裂纹密度 N_{crack} 之间的参数敏感度研究结果

Fig. 3 Research results on parameter sensitivity of relative velocity change of coda wave θ_{coda} to crack length change ΔL_{crack} and crack density N_{crack}

根据仿真实验结果显示，当介质中存在本文设定的 5 个、10 个、15 个、20 个这几个固定数量的裂纹状散射体时，尾波相对速率变化 θ_{coda} 与裂纹长度变化 $\triangle L_{\text{crack}}$ 呈现出线性关系，引入 α_θ^L 作为连接两者的线性参数（斜率），其关系式可以表示为

$$\theta_{\text{coda}} = \alpha_\theta^L \cdot \Delta L_{\text{crack}} \tag{14}$$

图 3（b）给出了了 α_θ^L 与裂纹密度 N_{crack} 的相对变化关系。在每个固定裂纹数量模型中，进行了 5 次裂纹随机重置，并计算了相应结果的平均值及标准差，这些数值也在图中展示。结果显示，α_θ^L 与裂纹密度 N_{crack} 之间呈线性关系，由此可以将尾波相对速率变化 θ_{coda} 与裂纹长度变化总量 $\Sigma_N \Delta L_{\text{crack}}$ 用下式进行表示：

$$\theta_{\text{coda}} = \alpha_\theta^{\sum L} \times \left(\sum_{N_{\text{crack}}} \Delta L_{\text{crack}} \right) = \alpha_\theta^{\sum L} \times \left(\Delta L_{\text{crack}} \times N_{\text{crack}} \right) \tag{15}$$

需要指出的是，该线性关系是在本文所设定的材料参数及仿真条件下成立的有效近似，对其他材料体系或不同散射特性介质的适用性仍需进一步研究与验证。

在均质介质或线性粘滞等效介质（Equivalent Effective Medium，EEM）中，可以将材料损耗因数（品质因数的倒数）Q^{-1} 与平均有效散射截面 $\langle \sigma^\star \rangle$ 和损伤密度 N 联系起来：$Q^{-1} \propto N \times \langle \sigma^\star \rangle$。通过平均散射截面，可以建立 Q^{-1} 与材料裂纹变化之间的关联：$Q^{-1} \propto \sum \Delta L_{\text{crack}}$。因此，可以用裂纹的长度变化来模拟材料损伤区域的非线性效应。

3　结束语

本文使用谱有限元法对具有局部微裂纹区的均质介质（也适用于非均质介质）进行了 NCWI 参数灵敏度的仿真分析。通过对线性线声源均匀介质中裂纹状散射体的有效散射截面进行仿真分析，得出了有效散射截面与裂纹长度变化之间的线性关系。基于多重散射理论分析，本文将散射特征参数（如扩散常数、有效散射截面和平均自由程）与尾波传播速率联系在一起。随后，进行了含裂纹多重散射介质的NCWI参数灵敏度分析。研究结果显示，尾波传播速率的相对变化值与材料损伤区域的裂纹密度及长度变化成线性比例关系。在裂纹长度变化 0~1.6%、裂纹数量 1~20 的范围内，尾波速率变化的线性拟合相关系数接近 1，且对裂纹角度和空间分布表现出稳定性，说明 NCWI 方法对不同损伤情形均具有较高的区分度和鲁棒性。

本文不仅验证了散射特征参数与声学响应之间的定量耦合关系，还揭示了 NCWI 在表征微裂纹累积效应和演化趋势中的潜力。这一结果表明，NCWI 方法能够在亚波长尺度对材料内部微小裂纹变化保持高度灵敏，并具备实现损伤早期预警与定量诊断的可行性，为模拟裂纹非线性声学效应的重要思路，并证明了 NCWI 方法在材料微裂纹检测中的灵敏度和适用性，为复杂工程结构的长期健康监测提供了理论依据和数值参考。

参考文献

[1] EIRAS J N，WU Q A，LOTT M，et al. Dynamic acousto-elastic test using continuous probe wave and transient vibration to investigate material nonlinearity[J]. Ultrasonics，2016，69：29-37.

[2] 焦敬品，李智强，孙俊俊，等. 高温管道热损伤共线混频非线性超声检测方法[J]. 核动力工程，2024，45（1）：218-224.

[3] BLANLOEUIL P，ROSE L R F，GUINTO J A，et al. Closed crack imaging using time reversal method based on fundamental and second harmonic scattering[J]. Wave Motion，2016，66：156-176.

[4] LEGLAND J B，ZHANG Y X，ABRAHAM O，et al. Evaluation of crack status in a meter-size concrete structure using the ultrasonic nonlinear coda wave interferometry[J]. Journal of the Acoustical Society of America，2017，142（4）：2233.

[5] ZHANG Y，TOURNAT V，ABRAHAM O，et al. Nonlinear mixing of ultrasonic coda waves with lower frequency-swept pump waves for a global detection of defects in multiple scattering media[J]. Journal of Applied Physics，2013，113（6）：544-238.

[6] 焦敬品，杨素方，马婷，等. 基于不同相控聚焦模式的非线性超声阵列成像方法研究[J]. 机械工程学报，2016，52（14）：15-24.

[7] 焦敬品，樊仲祥，吴斌，等. 闭合裂纹非共线混频超声检测试验研究[J]. 声学学报，2017，42（2）：205-213.

[8] 孙迪，朱武军，项延训，等. 微裂纹的非线性超声检测研究进展[J]. 科学通报，2022，67（7）：597-609.

[9] 宋丽莉，葛洪魁，郭志伟，等. 利用多次散射波监测介质性质变化的试验研究[J]. 岩石力学与工程学报，2012，31（4）：713-722.

[10] LIU S，BUNDUR Z B，ZHU J Y，et al. Evaluation of self-healing of internal cracks in biomimetic mortar using coda wave interferometry[J]. Cement & Concrete Research，2016，83：70-78.

[11] 张尧，马强，肖武军. 应用非线性高阶谐波衰减和尾波干涉监测高温作用后水泥制品的损伤演化[J]. 震灾防御技术，2018，13（1）：52-64.

[12] HILLOULIN B，ZHANG Y X，ABRAHAM O，et al. Small crack detection in cementitious materials using nonlinear coda wave modulation[J]. NDT&E International，2014，68：98-104.

[13] QU S L，HILLOULIN B，SALIBA J，et al. Imaging concrete cracks using nonlinear coda wave interferometry（INCWI）[J]. Construction and Building Materials，2023，391：131772.

[14] CHERNOV L A. Wave Propagation in a Random Medium[M]. New York：McGraw-Hill，1960.

[15] TOURIN A，FINK M，DERODE A. Multiple scattering of sound[J]. Waves in Random Media，2000，10（4）：31-60.

[16] RUSSEL M D，NEAL S P. Grain noise power spectrum estimation for weak scattering polycrystalline materials using experimentally estimated backscatter coefficient：normal incidence[J]. Ultrasonics，1994，32（3）：163-171.

[17] LAGENDIJK A，TIGGELEN B A. Resonant multiple scattering of light[J]. Physics Reports，1996，270（3）：143-215.

[18] TURNER J A. Scattering and diffusion of seismic waves[J]. Bulletin of the Seismological Society of America，1998，88（1）：276-283.

[19] HAUPT R. Generating a plane wave with a linear array of line source[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation，2003，51（2）：273-278.

[20] CHEN G Z，PAGEOT D，LEGLAND J B，et al. Numerical modeling of ultrasonic coda wave interferometry in a multiple scattering medium with a localized nonlinear defect[J]. Wave Motion，2017，72：228-243.

（责任编辑：张曼莉）