【引用格式】唐林驰，韩宝进，黄一凡，等. 基于噪声子空间重构的矢量阵 MUSIC 改进算法[J]. 数字海洋与水下攻防，2025，8（5）：613-619.

基于噪声子空间重构的矢量阵 MUSIC 改进算法

唐林驰，韩宝进，黄一凡*，周　强
（桂林电子科技大学 信息与通信学院，广西 桂林 541004）

摘　要　针对传统多重信号分类（Multiple Signal Classification，MUSIC）算法在矢量水听器（Acoustic Vector Sensor，AVS）阵列波达方向（Direction-of-arrival，DOA）估计中因声压与振速通道噪声功率不一致导致噪声子空间失准、空间谱出现虚假峰值的问题，提出一种基于噪声子空间重构的改进多重子空间分类（Modified MUSIC，MMUSIC）算法。该方法在建立 AVS 接收信号模型的基础上，解析通道噪声差异引入“虚源”的机理，进而重构噪声子空间划分准则，并构造修正的谱峰搜索函数以抑制伪峰。仿真实验显示：在低信噪比、小角度间隔及有限快拍数条件下，所提算法相比常规波束形成（Conventional Beamforming，CBF）、最小方差无畸变响应（Minimum Variance Distortionless Response，MVDR）和传统 MUSIC 等方法具有更低的均方根误差（Root Mean Square Error，RMSE）和更强的角度分辨能力。结果表明：所提方法能有效修复子空间正交结构、抑制虚源影响，在复杂条件下有效提升 AVS 阵列 DOA 估计的分辨率与鲁棒性。

关键词　MUSIC 算法；方位估计；声矢量传感器
中图分类号　TB566　　**文献标识码**　A　　**文章编号**　2096-5753(2025)05-0613-07
DOI　10.19838/j.issn.2096-5753.2025.05.011

Improved MUSIC Algorithm for Vector Sensor Arrays Based on Noise Subspace Reconstruction

TANG Linchi，HAN Baojin，HUANG Yifan*，ZHOU Qiang
（School of Information and Communication，Guilin University of Electronic Technology，Guilin 541004，China）

Abstract　In direction-of-arrival（DOA）estimation using acoustic vector sensor（AVS）arrays，the conventional multiple signal classification（MUSIC）algorithm suffers from noise subspace distortion due to unequal noise power between the pressure and particle velocity channels，leading to spurious peaks in the spatial spectrum. To address this issue，a modified MUSIC（MMUSIC）algorithm based on noise subspace reconstruction is proposed in this paper. By establishing a signal model for AVS arrays，the mechanism by which channel noise mismatch introduces “virtual sources” is analyzed，and then the noise subspace separation criterion is accordingly reformulated. A revised spatial spectrum function is then constructed to suppress pseudo-peaks. Simulation results demonstrate that，under challenging conditions，including low signal-to-noise ratio（SNR），closely spaced sources，and limited snapshots，the proposed MMUSIC algorithm achieves lower root mean square error（RMSE）and higher angular

收稿日期：2025-09-15
作者简介：唐林驰（1999-），男，硕士生，主要从事阵列信号处理、水下目标方位估计研究。
*通信作者：黄一凡（1994-），男，博士，讲师，主要从事水下图像处理研究。
基金项目：广西自然科学基金“水下小孔径超增益高阶矢量声呐应用基础研究”（2025GXNSFFA069010）；国家自然科学基金“水下矢量声场高效稳健方位估计方法研究”（62301179）。

resolution compared to conventional beamforming（CBF），minimum variance distortionless response（MVDR），and standard MUSIC. The results indicate that the proposed method effectively restores the orthogonality between signal and noise subspaces，mitigates virtual-source interference，and thereby enhances the resolution and robustness of DOA estimation for AVS arrays in complex environments.

Key words MUSIC algorithm；direction-of-arrival（DOA）；acoustic vector sensor（AVS）

0 引言

目标波达方向（Direction of Arrival，DOA）估计作为阵列信号处理的热点问题，广泛应用于水声探测、目标定位识别、海洋资源开发等领域[1-3]。实现高精度、高分辨率的 DOA 估计对提升水下目标探测和跟踪能力至关重要[4-5]，长期以来备受学术界与工程界的关注。

早期提出的经典波束形成（Conventional Beamforming，CBF）方法基于对阵列接收信号的时延补偿与加权求和来增强特定方向响应，其思想直观且易于实现，但由于过分依赖几何时延补偿，导致分辨率受限于阵列孔径，主瓣较宽，难以区分相邻信号源[6]。为改善分辨性能，CAPON[7]提出了最小方差无畸变响应（Minimum Variance Distortionless Response，MVDR）波束形成方法，该方法在保持无畸变响应的同时，最小化输出功率，理论上获得比 CBF 更窄的波束和更高的分辨率，标志着高分辨 DOA 估计算法的兴起。然而，MVDR 对噪声统计特性和信号协方差矩阵估计高度敏感，在低信噪比或快拍数有限的条件下容易退化，当存在相关信号时鲁棒性不足。随着子空间分解理论的发展，多重子空间分类算法（Multiple Signal Classification，MUSIC）和旋转不变子空间算法（Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques，ESPRIT）等超分辨算法相继被提出[8]。这类方法利用信号子空间与噪声子空间的正交性实现超分辨 DOA 估计[9-10]，突破了传统波束形成的瑞利分辨极限，极大推动了阵列信号处理理论的发展[11]。然而，这类算法普遍依赖若干理想假设，需要信源数目等先验知识[12-13]信噪比且有限快拍数条件下容易失效[14]。

与此同时，阵列硬件的发展也为高分辨 DOA 估计提供了新的契机。传统声压阵列只能获得声场标量信息，在低频段阵增益有限，且容易出现左右舷模糊。而矢量水听器（Acoustic Vector Sensor，AVS）的出现有效缓解了这些问题。AVS 能够同时采集声压与正交方向的质点振速，相比声压阵列，在不增加阵元数和孔径的条件下提高阵增益和分辨率，并有效缓解模糊问题。与同时期提出的其他改进策略，如阵列几何优化[15]和大规模阵列扩展[16]等，矢量阵在低频探测和小平台应用中更具优势，因此迅速成为研究热点。

近年来，针对矢量阵 DOA 估计，国内外学者已开展了多方面研究。一类方法在传统 MUSIC 算法的基础上引入通道加权与噪声补偿[17-18]，以减轻矢量阵噪声不均匀导致的谱估计偏差；另一类方法则通过预白化或广义特征分解恢复子空间的正交性[19]，从而改善在低信噪比条件下的稳定性。此外，也有研究结合稀疏重构[20-21]间迭代[22]深度学习[23]新兴方法，进一步提升矢量阵的 DOA 估计性能。尽管上述工作不同程度上改善了传统 MUSIC 的不足，但多数方法依赖较强的噪声统计先验，或在有限快拍数条件下仍存在分辨率下降的问题。因此，如何在保持 MUSIC 超分辨优势的同时，提高其在矢量阵条件下的鲁棒性，仍是亟待解决的重要问题。

综上所述，本文的研究重点是针对矢量水听器阵列改进 MUSIC 算法。通过建立矢量阵的信号模型，提出结合噪声补偿与白化的改进策略，以恢复噪声子空间的正交性并提升算法稳健性。仿真结果验证了所提方法在低信噪比与有限快拍条件下的有效性，为矢量阵在复杂环境下高分辨 DOA 估计提供了新思路。

1 矢量阵模型

1.1 声压传感器模型

声压传感器因其高灵敏度和宽频响范围，被广泛应用在阵列信号处理中。为便于分析，下述推导满足假设：1）目标声源距离阵列足够远，到达各

阵元的波前可近似为平面波，故声波到达各阵元方向一致，仅存在由阵元位置引起的时延或相位差；2）阵元的几何尺寸远小于工作信号波长，因此不会引入额外的空间效应，每个阵元可视为在空间某一点采样的理想传感器；3）信号带宽相对中心频率较窄，可用单一频率刻画传播时延效应，不同阵元的接收信号仅表现为相位偏移；4）多个入射信号之间相互独立，信号与噪声不相关，且线性叠加；5）不同阵元噪声独立同分布。

本节以均匀线阵（Uniform Linear Array，ULA）为例，推导阵列信号接收模型。如图 1 所示，M 个等间距声压传感器构成的均匀直线阵沿 x 轴排布，相邻阵元间距为 d。设第 m 个阵元的位置为 $x_m=(m-1)d$（第 1 个阵元作参考阵元，m=1，2,...,M），工作波长为 λ，c 表示声速，阵列接收信号的方位角为 $\theta_i(i=1,2,...,k)$，则第 m 个声压传感器的接收信号可表示为

$$x_{p,m}(t)=\sum_{i=1}^{K}s_i(t)\mathrm{e}^{jw\tau_m(\theta_i)}+n_m(t) \qquad (1)$$

式中：$s_i(t)$ 为 t 时刻入射到阵元的第 i 个信号的复包络；$\tau_m(\theta_i)=(m-1)d\sin(\theta_i)/c$ 为第 i 个信号在第 m 个阵元下的时延；$n_m(t)$ 为各阵元的独立噪声。

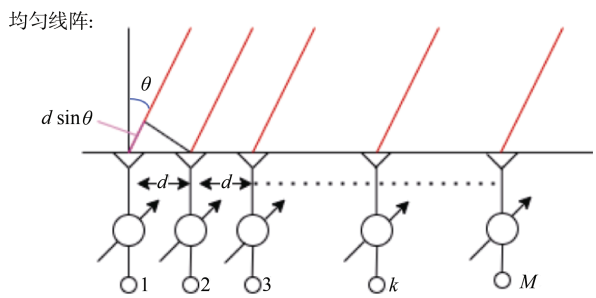

图 1　均匀线阵

Fig. 1　Uniform liner array

展开公式（1），改写为矩阵形式，可得

$$\begin{bmatrix} x_{\mathrm{p},1}(t) \\ x_{\mathrm{p},2}(t) \\ \vdots \\ x_{\mathrm{p},M}(t) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \mathrm{e}^{jw\tau_1(\theta_1)} & \mathrm{e}^{jw\tau_1(\theta_2)} & \cdots & \mathrm{e}^{jw\tau_1(\theta_K)} \\ \mathrm{e}^{jw\tau_2(\theta_1)} & \mathrm{e}^{jw\tau_2(\theta_2)} & \cdots & \mathrm{e}^{jw\tau_2(\theta_K)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathrm{e}^{jw\tau_M(\theta_1)} & \mathrm{e}^{jw\tau_M(\theta_2)} & \cdots & \mathrm{e}^{jw\tau_M(\theta_K)} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ \vdots \\ s_K(t) \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} n_1(t) \\ n_2(t) \\ \vdots \\ n_M(t) \end{bmatrix}$$

进一步化简，M 元阵列接收信号为

$$\boldsymbol{X}_{\mathrm{p}}(t)=\boldsymbol{A}_{\mathrm{p}}(\theta)\boldsymbol{S}(t)+\boldsymbol{N}(t) \qquad (2)$$

式中：$\boldsymbol{A}_{\mathrm{p}}(\theta)=[\boldsymbol{a}_{\mathrm{p}}(\theta_1),\boldsymbol{a}_{\mathrm{p}}(\theta_2),...,\boldsymbol{a}_{\mathrm{p}}(\theta_K)]_{M\times K}$ 为 M 行 K 列的导向矢量；第 k 个信号的导向矢量可表示为 $\boldsymbol{a}_{\mathrm{p}}(\theta_k)=[\mathrm{e}^{jw\tau_1(\theta_k)},\mathrm{e}^{jw\tau_2(\theta_k)},...,\mathrm{e}^{jw\tau_M(\theta_k)}]^{\mathrm{T}}{}_{K\times 1}$；$\boldsymbol{S}(t)=[\boldsymbol{s}_1(t),...,\boldsymbol{s}_K(t)]^{\mathrm{T}}{}_{K\times 1}$，$\boldsymbol{N}(t)=[n_1(t),...,n_M(t)]^{\mathrm{T}}{}_{M\times 1}$ 分别为 AVS 接收的信号矩阵和加性噪声矩阵；j 为虚数，$j^2=-1$。

1.2　声矢量模型

考虑工作在水平面的二维矢量水听器阵列，如图 2 所示，每个阵元包含 3 路通道：声压 P 以及正交方向的水平振速分量 v_x，v_y。设阵列由 M 个阵元构成，远场中存在 K 个窄带平面波信源。

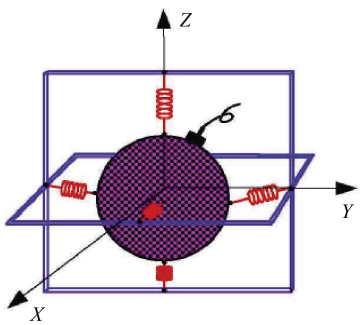

图 2　矢量水听器结构示意图

Fig. 2　Schematic diagram of vector hydrophone structure

第 i 个信源在第 m 个阵元的相位项可表示为 $\mathrm{e}^{j\omega\tau_m(\theta_i)}$，3 个通道的接收模型分别建模为

$$\begin{aligned} p_m(t)&=\sum_{i=1}^{K}s_i(t)\mathrm{e}^{j\omega\tau_m(\theta_i)}+n_{p,m}(t) \\ v_{x,m}(t)&=\sum_{i=1}^{K}s_i(t)\cos\theta_i\mathrm{e}^{j\omega\tau_m(\theta_i)}+n_{x,m}(t) \\ v_{y,m}(t)&=\sum_{i=1}^{K}s_i(t)\sin\theta_i\mathrm{e}^{j\omega\tau_m(\theta_i)}+n_{y,m}(t) \end{aligned} \qquad (3)$$

式中：$s_i(t)$ 为方位角为 θ_i 的第 i 个信源；$\tau_m(\theta)$ 为第 m 个阵元相对于参考阵元的时延；ω 为窄带信号的角频率；$n_{\mathrm{p},m}$，$n_{x,m}$，$n_{y,m}$，分别代表声压通道、x 轴振速通道、y 轴振速通道的加性噪声。

将公式（3）改写为矩阵形式，得

$$\begin{cases} \boldsymbol{P}(t)=\boldsymbol{A}_{\mathrm{p}}(\theta)\boldsymbol{S}(t)+\boldsymbol{N}_p(t) \\ \boldsymbol{V}_x(t)=\boldsymbol{A}_{\mathrm{p}}(\theta)\boldsymbol{\psi}_x\boldsymbol{S}(t)+\boldsymbol{N}_x(t) \\ \boldsymbol{V}_y(t)=\boldsymbol{A}_{\mathrm{p}}(\theta)\boldsymbol{\psi}_y\boldsymbol{S}(t)+\boldsymbol{N}_y(t) \end{cases} \qquad (4)$$

式中：$\boldsymbol{P}(t)$，$\boldsymbol{V}_x(t)$，$\boldsymbol{V}_y(t)$ 分别为声压通道、x 轴振速通道、y 轴振速通道的接收信号矩阵；$\boldsymbol{N}_{\mathrm{P}}(t)$，$\boldsymbol{N}_x(t)$，$\boldsymbol{N}_y(t)$ 分别为声压通道、x 轴振速通道、y 轴振速通道的噪声向量；$\boldsymbol{A}_{\mathrm{P}}(\theta)$ 为声压阵列导向矢量；$\boldsymbol{\psi}_x$、$\boldsymbol{\psi}_y$ 分别为 x 轴振速通道、y 轴振速通道的响应系数矩阵，其具体形式表示为

$$\begin{cases}\boldsymbol{\psi}_x=\mathrm{diag}\{\cos\theta_1,\cos\theta_2,....,\cos\theta_K\}\\ \boldsymbol{\psi}_y=\mathrm{diag}\{\sin\theta_1,\sin\theta_2,....,\sin\theta_K\}\end{cases} \tag{5}$$

式中，diag{} 表示对角运算。

将公式（4）化简，得到一般化形式：

$$\boldsymbol{X}(t)=\boldsymbol{A}(\theta)\boldsymbol{S}(t)+\boldsymbol{N}(t) \tag{6}$$

式中，$\boldsymbol{A}(\theta)=[\boldsymbol{a}(\theta_1),\boldsymbol{a}(\theta_2),...,\boldsymbol{a}(\theta_K)]$ 为矢量阵导向矢量。$\boldsymbol{A}(\theta_k)=\boldsymbol{a}_{\mathrm{p}}(\theta_k)\otimes\boldsymbol{h}(\theta_k)$，$\otimes$ 为克罗内克乘积，$\boldsymbol{h}(\theta_k)=[1,\cos\theta_k,\sin\theta_k]^T$。

2 改进的 MUSIC 算法

由于信号与噪声互不相关，且线性叠加，接收信号的总体采样协方差矩阵为

$$\boldsymbol{R}=\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}(\theta)\boldsymbol{R}_s\boldsymbol{A}(\theta)+\boldsymbol{R}_n \tag{7}$$

式中：$\boldsymbol{A}(\theta)$ 为导向矢量；H 为共轭转置；$\boldsymbol{R}_S=E[\mathbf{S}(t)\mathbf{S}(t)^{\mathrm{H}}]$ 为信号协方差矩阵；$\boldsymbol{R}_n=E[\boldsymbol{N}(t)\boldsymbol{N}(t)^{\mathrm{H}}]$ 为噪声协方差矩阵。假设环境噪声场为各向同性，且不同阵元接收到的噪声相互独立，因此各阵元噪声协方差相同，记作 $\boldsymbol{R}_{\mathrm{v}}\in\mathbb{C}^{3\times3}$，则总体采样协方差矩阵可表示为

$$\boldsymbol{R}_n=\boldsymbol{I}_M\otimes\boldsymbol{R}_{\mathrm{v}} \tag{8}$$

式中：$\boldsymbol{R}_{\mathrm{v}}$ 为单个声矢量传感器的噪声相关矩阵；$\boldsymbol{I}$ 为 M 阶单位矩阵。具体形式为

$$\boldsymbol{R}_{\mathrm{v}}=\mathrm{diag}\{\sigma_{\mathrm{p}}^2,\sigma_{\mathrm{v}}^2,\sigma_{\mathrm{v}}^2\} \tag{9}$$

式中，σ_{p}^2，σ_{v}^2 分别表示压力通道和振速通道的噪声能量，通常：

$$\sigma_{\mathrm{p}}^2>\sigma_{\mathrm{v}}^2=\frac{1}{2}\sigma_{\mathrm{p}}^2 \tag{10}$$

因为压力通道无指向性，可接收来自环境各个方向的噪声，而振速通道具有天然指向性，“滤除”了部分无关方向的噪声。联立公式（9）和（10），得

$$\boldsymbol{R}_{\mathrm{v}}=\sigma_{\mathrm{v}}^2\boldsymbol{I}_3+(\sigma_{\mathrm{p}}^2-\sigma_{\mathrm{v}}^2)\boldsymbol{z}\boldsymbol{z}^{\mathrm{H}} \tag{11}$$

式中：$\boldsymbol{I}_3$ 为 3 行 3 列的单位矩阵；$\boldsymbol{z}=[1,0,0]^{\mathrm{T}}$ 表示列向量。

公式（11）代入公式（8），可得

$$\begin{aligned}\boldsymbol{R}_n&=\boldsymbol{I}_M\otimes\boldsymbol{R}_{\mathrm{v}}=\\&\sigma_{\mathrm{v}}^2\boldsymbol{I}_{3M}+(\sigma_{\mathrm{p}}^2-\sigma_{\mathrm{v}}^2)\boldsymbol{I}_M\otimes\boldsymbol{z}\boldsymbol{z}^{\mathrm{H}}=\\&\sigma_{\mathrm{v}}^2\boldsymbol{I}_{3M}+(\sigma_{\mathrm{p}}^2-\sigma_{\mathrm{v}}^2)\sum_{m=1}^{M}\boldsymbol{z}_m\boldsymbol{z}_m^{\mathrm{H}}=\\&\sigma_{\mathrm{v}}^2\boldsymbol{I}_{3M}+(\sigma_{\mathrm{p}}^2-\sigma_{\mathrm{v}}^2)\boldsymbol{Z}\boldsymbol{Z}^{\mathrm{H}}\end{aligned} \tag{12}$$

式中：$\boldsymbol{z}_m=\boldsymbol{e}_m\otimes\boldsymbol{z}$，$\boldsymbol{e}_m$ 是长度为 M 的标准基向量，$\boldsymbol{z}_m$ 仅在第 $3(m-1)+1$ 个分量为 1，其余位置都为 0，即选中压力通道位置；$\boldsymbol{Z}=[\boldsymbol{z}_1,\boldsymbol{z}_2,\cdots,\boldsymbol{z}_m]$。

联立公式（12）与公式（7），定义矩阵：

$$\boldsymbol{B}=[\boldsymbol{A},\boldsymbol{Z}] \tag{13}$$

$$\boldsymbol{R}_B=\begin{bmatrix}\boldsymbol{R}_{\mathrm{s}} & \boldsymbol{0}_M\\ 0_M & (\sigma_{\mathrm{p}}^2-\sigma_{\mathrm{v}}^2)\boldsymbol{I}_K\end{bmatrix} \tag{14}$$

式中：$\boldsymbol{B}$ 矩阵的尺寸为 $3M\times(K+M)$ 维；$\boldsymbol{0}_M$ 为所有元素都为 0 的 M 阶方阵。故 $\boldsymbol{R}_B$ 为 $(K+M)$ 阶方阵。

代入公式（7），总体采样协方差矩阵可改写为

$$\boldsymbol{R}=\sigma_{\mathrm{v}}^2\boldsymbol{I}_{3M}+\boldsymbol{B}\boldsymbol{R}_B\boldsymbol{B}^{\mathrm{H}} \tag{15}$$

通常，若不存在相关信号，且 $\sigma_{\mathrm{p}}^2-\sigma_{\mathrm{v}}^2>0$，则 $\boldsymbol{R}_B$ 满秩，$\mathrm{rank}(\boldsymbol{R}_B)=K+M$。对 $\boldsymbol{R}$ 进行特征值分解，可得

$$\boldsymbol{R}=\sum_{i=1}^{3M}\lambda_i\mathbf{e}_i\mathbf{e}_i^{\mathrm{H}}=\sum_{i=1}^{M+K}\gamma_i\boldsymbol{v}_i\boldsymbol{v}_i^{\mathrm{H}}+\sum_{i=1}^{3M}\sigma_{\mathrm{v}}^2\boldsymbol{v}_i\boldsymbol{v}_i^{\mathrm{H}} \tag{16}$$

式中：$\boldsymbol{v}$ 为特征值对应的特征向量；e 为单位列向量。

将上式进一步简化，展开为“信号子空间+噪声子空间”的形式，可表示为

$$\boldsymbol{R}=\sum_{i=1}^{M+K}(\gamma_i+\sigma_{\mathrm{v}}^2)\boldsymbol{v}_i\boldsymbol{v}_i^{\mathrm{H}}+\sum_{i=M+K+1}^{3M}\sigma_{\mathrm{v}}^2\boldsymbol{v}_i\boldsymbol{v}_i^{\mathrm{H}} \tag{17}$$

对于信号特征向量，即 $i\in\{1,2,\cdots,M+K\}$，满足

$$\boldsymbol{v}_i\boldsymbol{R}\boldsymbol{v}_i^{\mathrm{H}}=\boldsymbol{v}_i\boldsymbol{B}^{\mathrm{H}}(\theta)\boldsymbol{R}_B\boldsymbol{B}(\theta)\boldsymbol{v}_i^{\mathrm{H}}+\sigma_{\mathrm{v}}^2 \tag{18}$$

对于噪声特征向量，即 $i\in\{M+K+1,M+K+2,\cdots,3M\}$，满足

$$\boldsymbol{v}_i\boldsymbol{R}\boldsymbol{v}_i^{\mathrm{H}}=\sigma_{\mathrm{v}}^2 \tag{19}$$

根据公式（18）和公式（19）可知对于噪声向量，当 $i\in\{M+K+1,M+K+2,\cdots,3M\}$ 时，满足

$$\boldsymbol{v}_i\boldsymbol{B}^H=0 \tag{20}$$

因此噪声特征向量与 $\boldsymbol{B}$ 的所有列正交，而 $\boldsymbol{B}$ 张成了新的信号子空间，信源数从 K 个扩展至 $K+M$ 个，增加了 M 个由于声压通道和振速通道噪声功率不一致引起的“虚源”。

根据公式（20）构建新的噪声子空间，以修正“虚源”引起的信号子空间扩展的问题，其基本形式可表示为

$$\boldsymbol{P}_n=\sum_{i=M+K+1}^{3M}\boldsymbol{v}_i\boldsymbol{v}_i^H \tag{21}$$

利用公式（21）得到改进的谱峰搜索函数，即

$$\boldsymbol{P}_{\mathrm{MMUSIC}}(\theta)=\frac{1}{\boldsymbol{a}^H(\theta)\boldsymbol{P}_n\boldsymbol{a}(\theta)} \tag{22}$$

3　算法实现与仿真

为验证 MMUSIC 算法在 AVS 上的方位估计性能，本文设计了不同快拍数与不同信噪比条件下的多组仿真实验，并与 CBF、经典 MUSIC 以及 MVDR3 种方法进行了性能对比。

实验采用由 8 个阵元组成的均匀矢量线阵，针对 2 组具有挑战性的相干信源场景进行性能评估：其一为入射角度分别为 20°与 30°的信源（间隔 5°），其二为入射角度分别为 30°与 40°的信源（间隔 10°），在信噪比（Signal-to-Noise Ratio，SNR）从–10~10 dB、快拍数从 100~500 的宽泛范围内，进行了 300 次蒙特卡洛独立仿真，算法性能以均方根误差（Root Mean Square Error，RMSE）作为量化评估指标，RMSE 定义如下：

$$\mathrm{RMSE}(\theta)=\frac{1}{K}\sum_{i=1}^{K}\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}(\tilde{\theta}_{i,j}-\theta_i)^2} \tag{23}$$

图 3 揭示了各算法对数据量的依赖性。随着快拍数的增加，所有算法的估计精度均有所提升，因为样本数目的增加有助于获得更精确的协方差矩阵估计。然而，MMUSIC 算法在数据稀缺，即快拍数少的场景下表现尤为突出。当快拍数仅为 100 时，传统 MUSIC 和 MVDR 算法因协方差矩阵估计误差较大而出现性能瓶颈，RMSE 明显升高。CBF 的性能同样受限于数据量。而 MMUSIC 算法得益于其对噪声模型的精确修正，在快拍数不足的场景下具有更强鲁棒性，其 RMSE 在所有快拍数条件下均保持稳定且优于对比算法。表明了 MMUSIC 算法在实际应用中更具优势，能在更短的观测时间内、更少的数据量下实现可靠的方位估计。

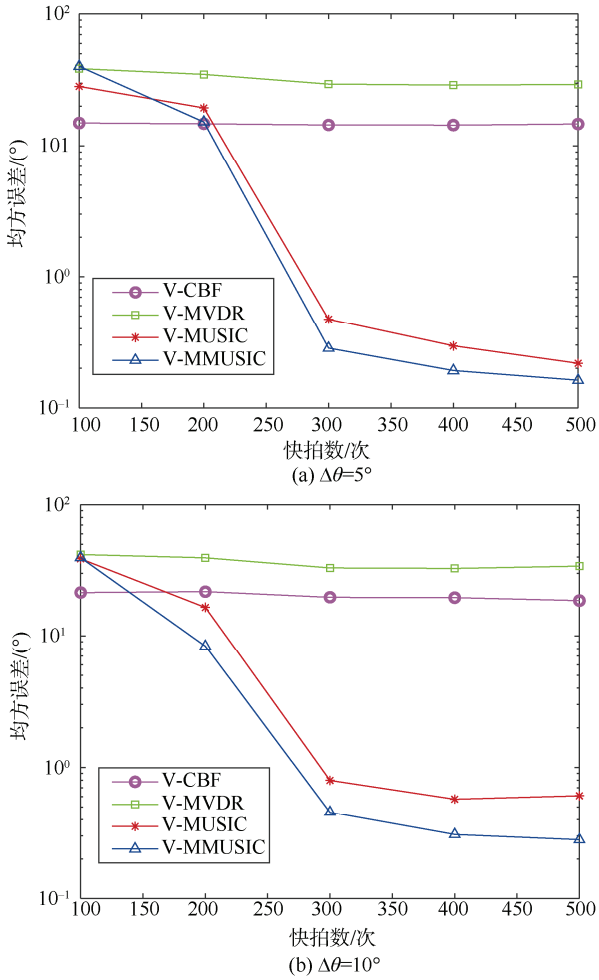

图 3　不同快拍数下算法性能对比

Fig. 3　Performance comparison of algorithms under different snapshot numbers

图 4 展示了 MMUSIC 算法在不同信噪比条件下的性能优势，特别在低信噪比环境下表现尤为显著。在高信噪比（如 10 dB）区域，所有算法均能有效分辨信号，但 MMUSIC 的 RMSE 最低，体现了其固有的高精度优势。当信噪比降至 0 以下时，传统 MUSIC 和 MVDR 算法因协方差矩阵估计不准确，导致噪声子空间被严重污染，进而破坏了算法所依赖的子空间正交性，使得性能急剧恶化，其 RMSE 曲线迅速上升。CBF 算法虽受信噪比影响较小，但由于其分辨率受限，在小角度间隔下应用效果不佳。相比之下，MMUSIC 算法通过重构噪声

子空间，有效抑制了因通道噪声功率差异引起的“虚源”效应，展现出卓越的稳健性，其 RMSE 在低信噪比条件下始终保持在较低水平。值得注意的是，在 5°的小角度间隔下，性能差距被进一步放大，充分证明了 MMUSIC 在分辨相邻信号方面的强大能力。

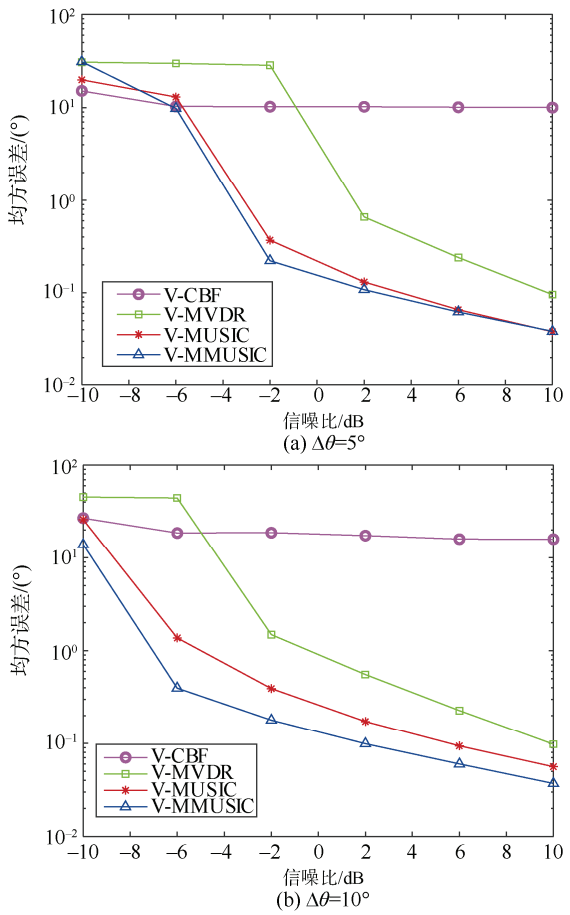

图 4　不同信噪比下算法性能对比

Fig. 4　Performance comparison of algorithms under different signal-to-noise ratios

上述仿真结果表明：在所有测试条件下，MMUSIC 算法均展现出优于对比算法的性能。在低信噪比场景中，传统 MUSIC 与 MVDR 算法因噪声子空间被虚源污染而出现伪峰导致分辨率急剧下降，CBF 则受限于其固有的瑞利限而无法分辨小角度间隔信号。相比之下，MMUSIC 算法通过重构噪声子空间，有效规避了通道噪声功率不一致带来的影响，不仅成功抑制了伪峰，而且在小角度间隔和有限快拍数条件下仍能保持较高的估计精度和稳健性。特别是在信噪比较低或快拍数较少时，MMUSIC 的 RMSE 明显低于其他算法，证明了其在复杂实际场景下的优越性。综合来看，所提 MMUSIC 算法有效解决了传统方法在矢量阵应用中的性能瓶颈，显著提升了 DOA 估计的分辨力与鲁棒性。

4　结束语

本文针对传统 MUSIC 算法在矢量水听器阵列中因声压与振速通道噪声功率不一致而导致的性能退化问题，提出了一种 MMUSIC 算法。理论分析表明：噪声统计特性的不匹配会引入“虚源”，造成有效信源数增加，从而污染噪声子空间并破坏其与信号子空间的正交性，最终导致空间谱出现伪峰、分辨率下降。为解决此问题，MMUSIC 算法通过重构噪声子空间，将划分依据从传统的 K 个真实信源调整为 $K+M$ 个有效信源，精确地排除了“虚源”的干扰，修复了子空间的正交结构。仿真实验在不同信噪比、不同快拍数及不同角度间隔的复杂场景下验证了所提算法的有效性。结果表明，MMUSIC 算法不仅能够有效抑制伪峰，而且在低信噪比、小角度间隔和有限快拍数等恶劣条件下，均展现出远超 CBF、传统 MUSIC 和 MVDR 算法的估计精度与稳健性。

需要指出的是，本文所提方法仍存在一定的局限性。首先，算法的有效性依赖于对噪声协方差矩阵结构的准确建模，若实际噪声特性与假设模型（如通道间完全不相关）存在较大偏差，性能可能受到影响。其次，当前研究仅基于理想仿真实验，尚未在真实水声环境中进行验证，而实际海洋环境中的多径效应、非平稳噪声及传感器校准误差等因素可能对算法性能构成新的挑战。

未来的研究工作可从以下方向展开：1）在更贴近实际的低信噪比、强干扰水声信道中开展算法性能的鲁棒性测试；2）结合实测数据，对所提 MMUSIC 算法进行湖试或海试验证，以评估其工程应用价值；3）进一步探索将该噪声子空间重构思想拓展至相干信号处理或宽带信号 DOA 估计等更具挑战性的场景中。

参考文献

[1] 杨龙. 水下目标方位估计与稳健自适应波束形成方法研究[D]. 西安：西北工业大学，2017.

[2] 马超，刘磊，刘凯，等. 水下阵列方位估计技术发展综述[J]. 船舶力学，2025，29（8）：1330-1342.

[3] 杨益新，周建波，李明杨，等. 水声学研究现状与发展趋势[J]. 声学技术，2025，44（3）：309-332.

[4] 杨德森，ГОРДИЕНКО В А，洪连进. 水下矢量声场理论与应用[M]. 2 版. 北京：科学出版社，2016.

[5] 鹿泽祥. 单矢量水听器潜标目标方位估计与系统实现[D]. 哈尔滨：哈尔滨工程大学，2023.

[6] 俞育新，马伯乐. 改进的矢量阵常规波束形成算法[J]. 舰船电子工程，2017，37（8）：33-38.

[7] CAPON J. High-resolution frequency wavenumber spectrum analysis[J]. Proceedings of the IEEE，1969，57（8）：44-60.

[8] 王兆欣，张东升，徐辉，等. 基于噪声子空间补偿的 ESPRIT 波达方向估计[J/OL]. 应用声学. [2025-10-29]. https://link.cnki.net/urlid/11.2121.O4.20250715.0934.002.

[9] 孙致远. 声矢量圆阵高分辨方位估计方法研究[D]. 哈尔滨：哈尔滨工程大学，2024.

[10] 任广辉. 基于矢量共形阵的方位估计算法研究[D]. 哈尔滨：哈尔滨工程大学，2024.

[11] 殷作亮. 基于麦克风阵列的 MUSIC 声源定位算法研究[D]. 哈尔滨：哈尔滨工业大学，2008.

[12] 周清晨，高火涛，王凡，等. 一种稳健的未知信源数目的 DOA 估计算法[J]. 华南理工大学学报（自然科学版），2012，40（6）：90-96.

[13] YANG M L，HAIMOVICH A M，YUAN X，et al. A unified array geometry composed of multiple identical subarrays with hole-free difference coarrays for underdetermined DOA estimation[J]. IEEE Access，2018，6：14238-14254.

[14] 闫锋刚，沈毅，刘帅，等. 高效超分辨波达方向估计算法综述[J]. 系统工程与电子技术，2015，37（7）：1465-1475.

[15] LIU L，XU J，WANG G，et al. An extended dimension music method for DOA estimation of multiple real-valued sources[C]// 2016 CIE International Conference on Radar. Guangzhou：IEEE，2016.

[16] ZHANG R Y，SHIM B，WU W. Direction-of-arrival estimation for large antenna arrays with hybrid analog and digital architectures[J]. IEEE Transactions on Signal Processing，2022，70：72-88.

[17] NEHORAI A，PALDI E. Performance analysis of two direction estimation algorithms using an acoustic vector sensor[C]// 1993 IEEE International Conference on Acoustics，Speech，and Signal Processing. Minneapolis：IEEE，1993.

[18] WONG K T，ZOLTOWSKI M D. Self-initiating MUSIC-based direction finding and polarization estimation in spatio-polarizational beamspace[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation，2000，48（8）：1235-1245.

[19] 裴秋秋，何琳，帅长庚，等. 基于改进迭代自适应算法的水下近场噪声源定位[J]. 海军工程大学学报，2024，36（6）：66-70.

[20] 董赛蒙，邢传玺，魏光春，等. 多目标水声信号的稀疏重构反卷积测向算法[J]. 声学技术，2024，43（5）：636-646.

[21] WANG H Y，BAI Y P，REN J，et al. DOA estimation method for vector hydrophones based on sparse Bayesian learning[J]. Sensors，2024，24（19）：6439.

[22] WONG K T，Zoltowski M D. Self-initiating MUSIC-based direction finding and polarization estimation in spatio-polarizational beamspace[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation，2000，48（8）：1235-1245.

[23] 夏文博，范威，高莉. 基于卷积神经网络的水下多目标方位估计方法[J]. 声学技术，2023，42（3）：290-296.

（责任编辑：曹晓霖）