【引用格式】韩宝进，阮诗乔，张语欣，等. 基于特征值梯度跃变的半谱搜索 DOA 估计算法[J]. 数字海洋与水下攻防，2025，8（5）：594-600.

基于特征值梯度跃变的半谱搜索 DOA 估计算法

韩宝进[1]，阮诗乔[2]，张语欣[1]，钟博远[1]，陈　哲[1, 3, *]，黄一凡[1]

（1. 桂林电子科技大学 信息与通信学院，广西 桂林 541004；
2. 广西科技项目评估中心有限公司，广西 南宁 530022；
3. 认知无线电与信息处理省部共建教育部重点实验室，广西 桂林 541004）

摘　要　针对传统子空间类波达方向（Direction of Arrival，DOA）估计算法需已知信源数目，以及计算复杂度高的问题，提出一种基于特征值梯度跃变的半谱搜索 DOA 估计算法。该方法首先利用接收信号协方差矩阵及其复共轭构建新矩阵，同时引入扫描源，构造了以扫描角度为变量的全新协方差矩阵，并对构造的协方差矩阵进行特征值分解，利用信号子空间与噪声子空间特征值间的功率差异，构造特征值梯度判别函数；通过检测该函数极大值点，实现信源数目的自主估计。该方法基于信号与噪声特征值功率强度的差异分界特性，以特征值梯度变化作为判定依据，无需信源数目的先验知识。随后，将估计的信源数目与低复杂度半谱搜索谱函数结合，在降低计算复杂度前提下，有效提升了复杂环境下（如包含对称角、0°入射角）的 DOA 估计精度。数值仿真结果证明了本算法在均匀线阵下具有鲁棒性。

关键词　特征值梯度；信源数；半谱搜索

中图分类号　TB566　　**文献标识码**　A　　**文章编号**　2096-5753(2025)05-0594-07

DOI　10.19838/j.issn.2096-5753.2025.05.009

Half-Spectral Search DOA Estimation Algorithm Based on Eigenvalue Gradient Jump

HAN Baojin[1]，RUAN Shiqiao[2]，ZHANG Yuxin[1]，ZHONG Boyuan[1]，CHEN Zhe[1, 3, *]，HUANG Yifan[1]

（1. School of Information and Communication，Guilin University of Electronic Technology，Guilin 541004，China；
2. Guangxi Science and Technology Project Evaluation Center Co.，Ltd.，Nanning 530022，China；3. Cognitive Radio and Information Processing Key Laboratory Authorized by China's Ministry of Education Foundation，Guilin 541004，China）

Abstract　To address the issues that traditional subspace-based direction of arrival（DOA）estimation algorithms require prior knowledge of the number of sources and suffer from high computational complexity，a half-spectral search DOA estimation algorithm based on the gradient jump of eigenvalues is proposed in this paper. The method first constructs a new matrix using the covariance matrix of the received signal and its complex

收稿日期：2025-07-17

作者简介：韩宝进（2002-），男，硕士生，主要从事水下方位估计研究。

*通信作者：陈哲（1993-），男，博士，副教授，主要从事水声信号处理、水声目标识别、深度学习、混沌理论等研究。

基金项目：江西省教育厅科学技术研究一般项目“基于时序模式表征的水声信号熵特征提取方法研究”（GJJ2201640）；广西技术创新引导专项”基于双频多波束声纳的水下造物高分辨探测研究“（桂科 AC25069006）；广西科技基地和人才专项”基于深度学习的声纳图像识别方法研究“（桂科 AD21220098）；广西自然科学基金“水下小孔径超增益高阶矢量声呐应用基础研究”（2025GXNSFFA069010）；国家自然科学基金“水下矢量声场高效稳健方位估计方法研究”（62301179）。

conjugate. Simultaneously，it introduces scanning sources to form a novel covariance matrix with the scanning angle as a variable. Subsequently，eigenvalue decomposition is performed on the constructed covariance matrix. Leveraging the significant power difference between the eigenvalues of the signal subspace and noise subspace，an eigenvalue gradient discrimination function is formulated. The number of signal sources is automatically estimated by detecting the maximum points of this function. Based on the distinct demarcation characteristic between the power intensities of signal and noise eigenvalues，this method takes the gradient variation of eigenvalues as the judgment criterion and does not require prior knowledge of the number of signal sources. Subsequently，by combining the estimated number of signal sources with the low-complexity half-spectral search spectrum function，it effectively improves the DOA estimation accuracy in complex environments.

Key words　eigenvalue gradient；the number of sources；half-spectral search

0　引言

在水下声呐、通信与阵列信号处理领域，波达方向（Direction of Arrival，DOA）估计是实现目标定位的核心技术。早期 DOA 估计算法如常规波束形成技术（Conventional Beamformer，CBF）[1]，通过加权求和形成定向波束，虽原理简单、计算复杂度低，但受阵列孔径和信号带宽限制，分辨率难以突破瑞利限，无法满足复杂环境下多目标精细分辨需求。为解决这一问题，以多重子空间分类算法（Multiple Signal Classification，MUSIC）[2]为代表的子空间类算法应运而生，其基于信号与噪声子空间正交特性，通过协方差矩阵特征值分解构造空间谱函数，以谱峰位置估计 DOA，突破了瑞利限，提升了分辨率与精度。此后，旋转不变子空间（Estimating Signal Parameter Via Rotational Invariance Techniques，ESPRIT）[3]利用阵列旋转不变性，无需谱峰搜索即可实现 DOA 估计，进一步提高了运算效率，成为该领域经典算法。然而，传统的 DOA 估计算法大多依赖于信源数的先验已知，而在实际应用场景中，由于信号的时变特性、多径传播及复杂电磁干扰等因素，信源数往往是未知的。当信源数估计不准确时，经典算法如 MUSIC、ESPRIT 等会出现严重性能退化，甚至导致 DOA 估计完全失效。

为解决未知信源数下的 DOA 估计问题，近年来，学术界取得了一系列重要进展。以 AIC 信息准则（Akaike Information Criterion，AIC）[4-5]和最小长度描述法（Minimum Description Length，MDL）[6-7]为代表的信息论方法[8]，通过最小化信息准则函数来估计信源数，在一定条件下具有较好的估计性能。然而，这些方法对噪声方差敏感，在低信噪比环境下估计精度严重下降，且计算复杂度较高，不适用于实时性要求较高的场景[9]。为解决 MDL 在快拍数有限或较少时性能严重下降的问题，研究人员引入了一种 MDL 改进方法，该方法考虑了数据矩阵特征值的渐近分布[10]。此外，还有其他类型的基于最小均方误差的 MDL 方法也被应用于信源数量的稳健估计[11-12]，尽管在以上算法在高分辨率情况下比 MDL 展现出来明显优势，但仍具有较高的计算复杂度。另一种名为特征增量阈值（Eigen Increment Threshold，EIT）的方法因其在数量检测方面的性能优于传统的 AIC 和 MDL 方法而被广泛采用。然而，当信号源的功率差异较大时，EIT 面临检测概率下降的挑战[13]。Capon[14]作为一种无需信源数的高分辨算法，常被运用到实际工程中，它对阵列数据的统计特性和入射信号数量先验知识的要求较低，并且适用于任何几何结构阵列。然而，Capon 波束形成技术不能提供 MUSIC 算法的角度分辨率。研究者提出了改进的 Capon 估计器（Improved Capon Estimator，ICE）[15]，该方法通过对协方差矩阵进行幂计算使噪声子空间收敛，有效提升了算法估计性能。但是，ICE 方法仅在高信噪比和快拍数足够时，估计性能才能收敛至 MUSIC 水平。因此，寻求更优的信源数估计算法在 DOA 具有重要作用。

另外，传统的谱峰搜索类算法，如 MUSIC 算法，在谱搜索时需要大量复数乘法与加法运算，计算量随阵元数与搜索角度数呈指数增长，难以满足实时性要求较高的应用场景。BARABELL 等提出的基于噪声子空间的 root-MUSIC 算法[16]，由于其无需进行谱搜索的特点，在计算量上优于传统

MUSIC 算法，但随着阵元数增加，多项式求根的复杂度也会上升。为降低 DOA 估计的计算复杂度，半谱搜索[17]、压缩感知[18]等新兴技术被引入 DOA 估计领域。传统半谱搜索类算法通过缩减搜索空间，减少搜索角度数，从而降低计算量，但对于信源数估计不准确的情况下，往往牺牲估计能力。压缩感知理论则通过稀疏表示信号，在少量观测数据下实现 DOA 估计，然而其重建算法计算复杂度较高，且对信号的稀疏性要求较为苛刻，实际应用中存在一定局限性。

本文聚焦于在未知信源数条件下，利用半谱搜索对方位角进行正确估计的问题，提出一种基于特征值梯度跃变的半谱搜索 DOA 估计算法。该算法通过信号与噪声特征值功率强度的差异性构造梯度函数，实现对信源数的自适应估计。同时将通过梯度函数估计的信源数与改进的半谱搜索谱函数结合，突破传统半谱搜索的角度限制，保证在半谱搜索情况下角度估计的准确性。理论分析与仿真结果表明，该算法在信源数未知场景中具备良好的鲁棒性。

1 信号模型

假设有 K 个不相关的窄带信号，波长为 λ，从远场以平面波形式且角度为 θ_K 入射至 M 个均匀线阵，阵元间距 $d=\frac{\lambda}{2}$。第 m 个接收阵元输出为

$$x_m(t)=\sum_{k=1}^{K}\boldsymbol{a}_m(\theta_k)s_k(t)+n_m(t) \tag{1}$$

式中：$\boldsymbol{a}_m(\theta_k)$ 表示导向矢量 $\boldsymbol{a}(\theta_k)=[1,\mathrm{e}^{-j\frac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta_k},\mathrm{e}^{-j\frac{2\pi}{\lambda}2d\sin\theta_k},\cdots,\mathrm{e}^{-j\frac{2\pi}{\lambda}d(M-1)\sin\theta_k}]^{\mathrm{T}}$ 的第 m 个元素；$n_m(t)$ 为第 m 个阵元均值为 0 的高斯白噪声；$s_k(t)$ 为第 k 个信号源。写成矩阵形式为

$$\boldsymbol{X}(t)=\boldsymbol{A}(\theta)\boldsymbol{S}(t)+\boldsymbol{N}(t) \tag{2}$$

式中：$\boldsymbol{X}(t)=[x_1(t),x_2(t),...,x_M(t)]^{\mathrm{T}}$ 为阵列输出矩阵；$\boldsymbol{A}(\theta)=[a(\theta_1),a(\theta_2),...,a(\theta_K)]$ 为导向矢量；$\boldsymbol{S}(t)=[s_1(t),s_2(t),...,s_K(t)]^{\mathrm{T}}$ 为信源向量；$\boldsymbol{N}(t)=[n_1(t),n_2(t),...,n_M(t)]^{\mathrm{T}}$ 为高斯白噪声矩阵。

由式（2），假设快拍数为 N，其接收信号协方差矩阵为

$$\boldsymbol{R}=\frac{1}{N}E\{\boldsymbol{X}(t)\boldsymbol{X}^{\mathrm{H}}(t)\} \tag{3}$$

2 信源估计与半谱搜索联合算法

2.1 半谱搜索算法

引入式（3）的复共轭矩阵构造新矩阵：

$$\boldsymbol{C}=\boldsymbol{R}+\boldsymbol{R}^{*} \tag{4}$$

通过扫描源构造新的协方差矩阵：

$$\boldsymbol{D}=\boldsymbol{C}+\beta\boldsymbol{a}(\theta_p)\boldsymbol{a}^{\mathrm{H}}(\theta_p) \tag{5}$$

式中：β 为扫描源功率；θ_p 为扫描角度。

其特征值满足如下关系：

$$\begin{cases}\lambda_{2K+1:M}(\boldsymbol{C})\approx\lambda_{2K+1:M}(\boldsymbol{D}) & \theta_i=\theta_p\cup-\theta_i=\theta_p\\ \lambda_{2K+1:M}(\boldsymbol{C})\neq\lambda_{2K+1:M}(\boldsymbol{D}) & \theta_i\neq\theta_p\cup-\theta_i\neq\theta_p\end{cases} \tag{6}$$

从而构造了简洁的空间谱函数：

$$f(\theta)=\frac{1}{\lambda_{2K+1:M}(\boldsymbol{D})-\lambda_{2K+1:M}(\boldsymbol{C})} \tag{7}$$

由式（7）可知，遍历每一个扫描角度，当 $\theta_p=\theta_i$ 或 $\theta_p=-\theta_i$ 时，差值 $\lambda_{2K+1:M}(\boldsymbol{D})-\lambda_{2K+1:M}(\boldsymbol{C})$ 会趋近于 0，取其倒谱会在空间谱形成一个尖锐的谱峰；反之如果目标角度或其对称角度与扫描角度不相等，则不会形成谱峰。利用此性质，可无需在整个空间谱进行谱搜索，只需以 y 轴为对称轴，搜索半谱即可获得完整方位信息。

考虑到信源个数对谱函数的影响：由于复共轭矩阵和扫描角的引入，在半谱搜索中，若存在对称角或 0°入射角，信号数量的确定更为复杂。因此，本算法还应结合信源数估计做进一步分析。

2.2 基于特征值梯度的信源数估计算法

假设 K 个真实目标由远场入射至 m 个阵元的均匀线阵，其协方差矩阵为

$$\boldsymbol{R}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}+\sigma^2\boldsymbol{I}_M \tag{8}$$

式中：$\boldsymbol{A}$ 为导向矢量矩阵；$\boldsymbol{P}$ 为信号功率矩阵；σ^2 代表噪声功率；$\boldsymbol{I}_M$ 为 M 维单位矩阵。

对其特征分解可得

$$\boldsymbol{R}=\boldsymbol{U}\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{U}^{\mathrm{H}} \tag{9}$$

式中：$\boldsymbol{\Lambda}=\mathrm{diag}(\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_M)$ 为特征值对角矩阵，且满足 $\lambda_1>\lambda_2...>\lambda_K>>\lambda_{K+1}>...>\lambda_M$；$\boldsymbol{U}$ 为特征向量矩阵。

前 K 个较大的特征值 $\{\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_K\}$ 信号子空间，由信号特征值与噪声功率共同决定，即 $\lambda_i=\overline{\lambda_i}+$

$\sigma_n^2(i=1,2,\cdots,K)$，其中 $\overline{\lambda}_i$ 为第 i 个信号的特征值。后 M-K 个较小的特征值 $\{\lambda_{K+1},\lambda_{K+2},\cdots,\lambda_M\}$ 对应噪声子空间，仅由噪声功率决定，即 $\lambda_i=\sigma_n^2(i=K+1,K+2,\cdots,M)$。

由于相邻特征值的能量在信号子空间内变化平缓，噪声特征值功率变化在噪声子空间趋于稳定，但在信号与噪声子空间交界处因能量差异变化出现极大值，因此信号与噪声存在能量分界。定义特征值梯度判别函数为相邻特征值能量的变化率：

$$g(i)=\left|\frac{\lambda_{i+1}-\lambda_i}{\lambda_{i+1}}\right| \quad (i=1,2,\cdots,M-1) \qquad (10)$$

该函数表征了特征值序列的能量梯度变化。由于信号特征值与噪声特征值的能量差异，当 $i<K$ 时，$\frac{\lambda_i-\lambda_{i+1}}{\lambda_i}\approx\frac{\overline{\lambda}_i-\overline{\lambda}_{i+1}}{\lambda_i}$，相邻特征值均为信号特征值和噪声特征值，能量差异较小，梯度值 $g(i)$ 相对平缓；当 $i=K$ 时，$\frac{\lambda_K-\lambda_{K+1}}{\lambda_K}=\frac{\overline{\lambda}_K}{\lambda_K}$，相邻特征值从信号子空间过渡到噪声子空间，能量差异增大，梯度值 $g(i)$ 达到最大值；当 $i>K$ 时，$\frac{\lambda_i-\lambda_{i+1}}{\lambda_i}\approx 0$，相邻特征值均为噪声特征值，能量差异极小，梯度值 $g(i)$ 趋于稳定。

基于以上性质，通过检测梯度判别函数的极大值点位置来估计信源数 K，即

$$\hat{K}=i_{\max} \qquad (11)$$

式中，$i_{\max}$ 为使梯度函数最大的特征值个数。

将式（11）估计的信源数代入式（7）：

$$f(\theta)=\frac{1}{\lambda_{2\hat{K}+1:M}(\boldsymbol{C})-\lambda_{2\hat{K}+1:M}(\boldsymbol{B})} \qquad (12)$$

式中，$\hat{K}$ 为估计矩阵 $\boldsymbol{C}$ 的信源个数。

遍历半谱的所有角度（如 0°~90°），通过上式谱函数，搜索谱峰位置，包含目标或其对称目标的角度信息将在伪谱中产生尖锐的谱峰，在非目标角度则会产生平坦旁瓣。

然而，由于半谱搜索基于导向矢量的奇偶性，产生谱峰的角度可能为目标角度，也可能为目标角度的对称角度。因此，本文还结合 MUSIC 算法作最后验证。

将式（9）特征分解得到的特征值按降序排列，同时结合式（10）的梯度函数找到极大值点 $i_{\max}$ 划分信号子空间与噪声子空间。

MUSIC 算法谱函数如下：

$$P_{\mathrm{MUSIC}}(\theta)=\frac{1}{\boldsymbol{a}^{\mathrm{H}}(\theta)\boldsymbol{U}_N\boldsymbol{U}_N^{\mathrm{H}}\boldsymbol{a}(\theta)} \qquad (13)$$

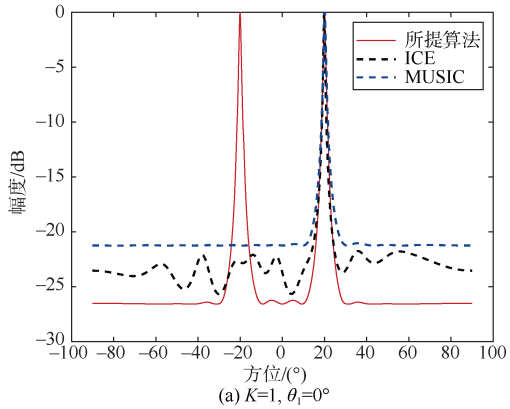
式中：$\boldsymbol{a}(\theta)$ 为导向向量；$\boldsymbol{U}_N$ 为协方差矩阵 $\boldsymbol{R}$ 特征值分解得到的噪声特征值对应的噪声子空间。

将式（12）搜索到的谱峰对应角度 θ_k 代入式（13）：若 $P_{\mathrm{MUSIC}}(\theta_k)>>P_{\mathrm{MUSIC}}(-\theta_k)$，则 θ_k 为目标角度；若 $P_{\mathrm{MUSIC}}(\theta_k)<<P_{\mathrm{MUSIC}}(-\theta_k)$，则 $-\theta_k$ 为目标角度；若 $P_{\mathrm{MUSIC}}(\theta_k)\approx P_{\mathrm{MUSIC}}(-\theta_k)$，则两者均为目标角度。

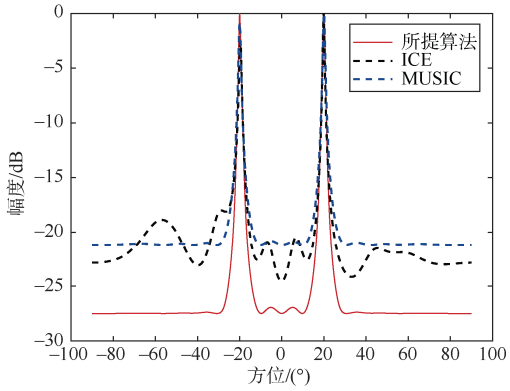
3　仿真分析

3.1　算法正确性验证

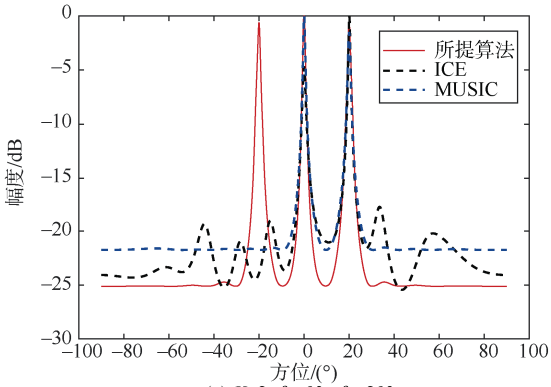
假设有 12 个阵元组成均匀线阵，阵元间距为半波长，有 K 个波长为 1 的信号源从远场入射至接收阵列，入射角为 θ_k，设置信噪比为 0，快拍数为 100，搜索步长为 0.1，本文将一些现有的 DOA 估计算法，如 MUSIC[2]，ICE[15]进行对比，其中 MUSIC 算法划分子空间使用本算法梯度函数，结果如图 1 所示。



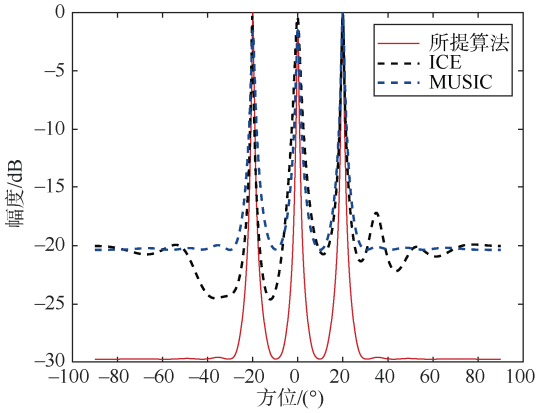
(a) K=1, θ_1=0°



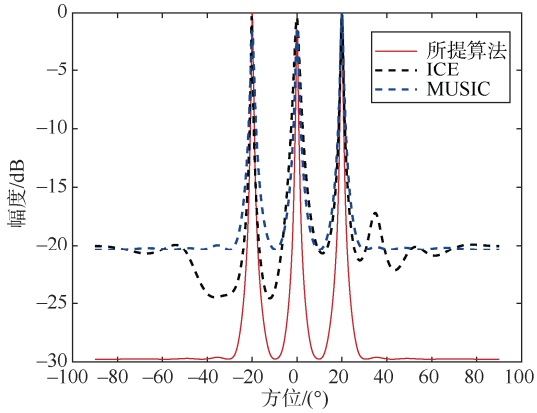
(b) K=2, θ_1=20°, θ_2=−20°



(c) K=2, θ_1=0°, θ_2=20°



(d) K=3, θ_1=20°, θ_2= –20°, θ_3=0°



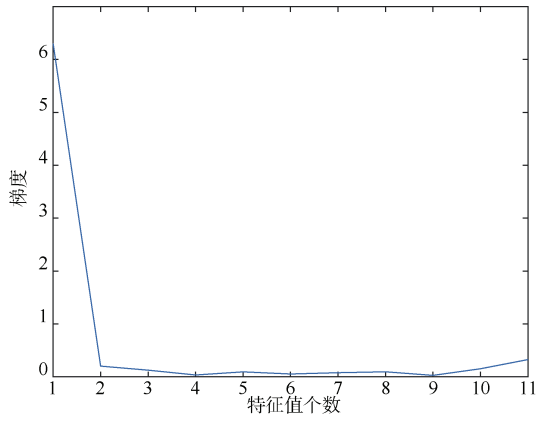
(e) K=3, θ_1=20°, θ_2= –20°, θ_3=40°

图 1 所提算法与 MUSIC，ICE 算法空间谱

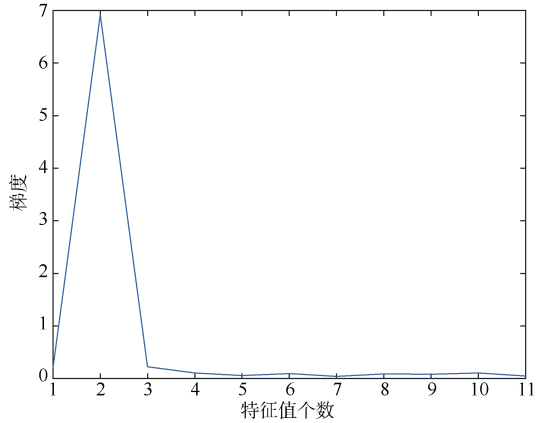
Fig. 1 Spatial spectrum of proposed algorithm，MUSIC and ICE algorithm

从图 1（a）可以看出，当 K=1 且入射角为 0°时，所提算法 0°处形成了极为尖锐的谱峰，这表明该算法不仅正确估计出了 0°目标角度，还识别出扫描源，充分验证了算法在单信源场景下的有效性。而 ICE 算法和 MUSIC 算法虽然在目标处形成谱峰，但谱峰相对较宽，说明在该仿真条件下，本文的信源数估计算法正确估计出来信源数且所提算法的性能优于 ICE 算法和 MUSIC 算法。由图 1（b）可知，当 K=2 且入射角为[20°,–20°]时，本文算法在 20°和–20°处均形成明显谱峰，准确分辨对称目标，证明对双信源对称分布的适应性，而 MUSIC、ICE 算法仍然有相对较宽的主瓣。通过观察图 1（c），当 K=2 且入射角为[0°,20°]时，所提算法不仅能够在目标角度形成谱峰，而且在其对称位置也形成谱峰，证明了算法原理的正确性，同时对比算法在目标处主瓣明显展宽且 ICE 算法存在伪峰。观察图 1（d），当 K=3 且入射角为[20°,–20°,0°]时，本文算法在 20°，–20°，0°处形成尖锐谱峰，其中 0° 谱峰对应真实目标方向，20°与–20°形成对称谱峰。验证了本文算法对含 0°及对称目标的多信源场景适应性，证明所提信源数估计算法在含对称及中心目标时正确估计了信源个数。通过图 1（e），所提算法在 20°，–20°，40°处形成尖锐谱峰，同时在对称位置–40° 出现谱峰，表明该算法可同时探测真实目标与对称目标，且准确估计信源数，而 ICE 旁瓣杂乱，所提算法性能优于对比算法。

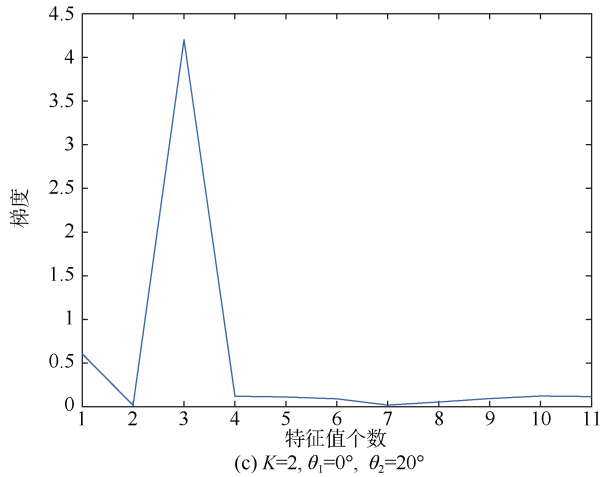
为了进一步验证算法原理的正确性，保持上述仿真条件不变，观察矩阵 $\boldsymbol{C}$ 特征值梯度与信源个数的关系，仿真结果如图 2 所示。



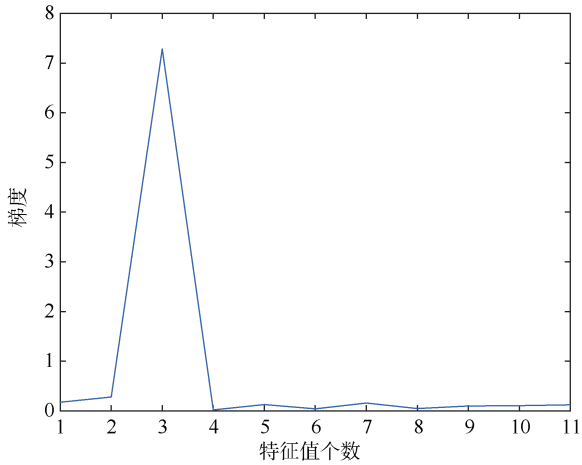
(a) K=1, θ_1=0°



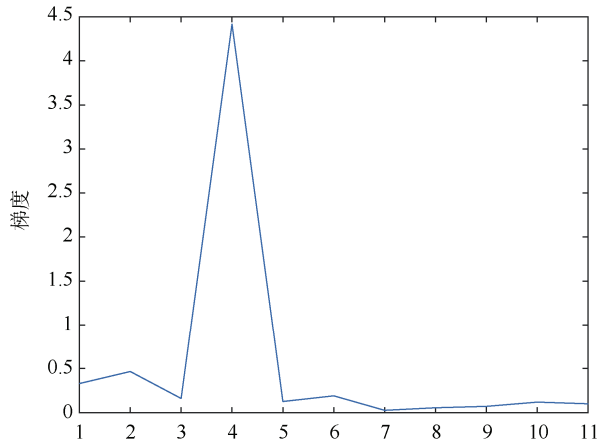
(b) K=2, θ_1=20°, θ_2= –20°



(c) K=2, θ_1=0°, θ_2=20°



(d) K=3, θ_1=20°, θ_2=–20°, θ_3=0°



(e) K=3, θ_1=20°, θ_2=–20°, θ_3=40°

图 2　特征值梯度排布图

Fig. 2　Plots of eigenvalue gradient arrangement

如图 2（a）所示，当 K=1 且入射角为 0°时，第 1 个梯度处有明显变化且为最大值，后面梯度趋于稳定，表明存在 1 个信号源，即为 0°；观察图 2（b），当 K=2 且入射角为 20°，–20°时，第 2 个梯度处有明显变化且后面梯度趋于稳定，说明存在 2 个信号源，即 20°，–20°；当 K=2 且入射角为 20°、0°时，第 3 个梯度处有明显变化为最大值，且后面梯度趋于稳定，说明存在 3 个信号源，即 20°，–20°、0°，其中–20°为目标信号的对称角；当 K=3 且入射角为 20°，–20°，0°时，第 3 个梯度处有明显变化，且后面梯度趋于稳定，说明存在 3 个信号源，即 0°和一对对称目标；当 K=3 且入射角为 20°，–20°，40°时，第 4 个梯度处有明显变化且后面梯度趋于稳定，表明存在 4 个信号源，即 40°，–40°，20°，–20°。

3.2　算法性能验证

为了验证所提算法性能，保持上述其他实验条件不变，搜索步长设置为 0.01°，进行 1 000 次 Monte Carlo 独立实验分析 MUSIC，ICE 以及本文算法的性能。其中 ICE 算法也不依赖信源数，其原理为在类似 Capon 的函数中使用高阶协方差逆矩阵，m 为正整数且 $m \geq 2$。在本文中设置 m=4，设置信噪的变化范围为–10~10 dB，快拍数 N=400，信号源个数 K=1，入射角度为 20°，3 种算法的均方根误差如图 3 所示，从中可以看到 3 种算法的 RMSE 均随着信噪比增加而减少，整体上看本文算法性能优于 MUSIC 以及 ICE 算法，这是由于 ICE 算法受限于 m 的约束，且性能只能逼近 MUSIC 算法。

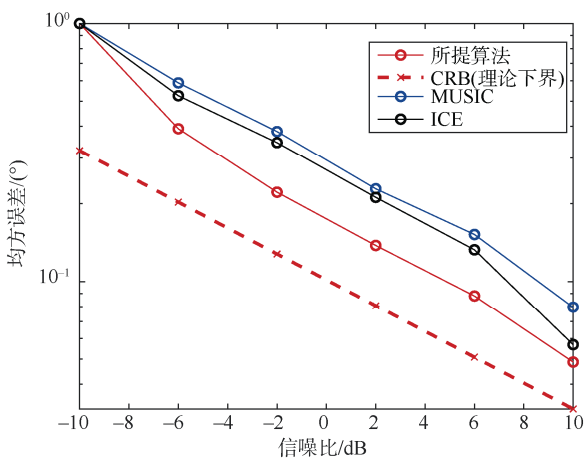


图 3　单信源算法性能对比

Fig. 3　Performance comparison of single-source algorithms

为了进一步验证算法的均方根误差性能，设置目标数 K=2，目标角度为[20°，40°]，从图 4 中依然可以看到本文所提算法优于 MUSIC 算法与 ICE 算法，进而证明本文所提算法的优越性。

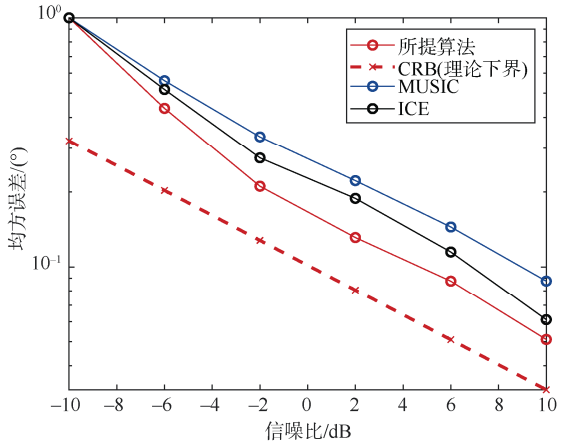


图 4　双信源算法性能对比

Fig. 4　Performance comparison of dual-source algorithms

4　结束语

本文利用特征值分解后信号与噪声特征值的功率强度差异特性，利用协方差矩阵构造梯度函数，并结合低复杂度半谱搜索算法，提出基于特征值梯度跃变的半谱搜索 DOA 估计算法。主要创新点为：1）通过梯度函数估计信源数，避免算法对先验信源数的依赖；2）将半谱搜索与信源数估计结合，在降低计算复杂度的同时，克服传统半谱搜索在对称角度与 0° 入射角估计不准确的局限性。仿真结果验证了本文算法在信号源在复杂情况（包含对称角度及 0° 入射角）情况下对比 ICE、MUSIC 算法估计的准确性，表明该算法在未知信源数的 DOA 估计中具有有效性。

参考文献

[1] KRIM J，VIBERG M. Two decades of array signal processing[J]. IEEE Signal Process Magazine，1996，13（4）：67-94.

[2] SCHMIDT R. Multiple emitter location and signal parameters estimation[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation，1986，34（3）：276-280.

[3] LI J F，JIANG D F，ZHANG X F. DOA estimation based on combined unitary esprit for coprime MIMO radar[J]. IEEE Communications Letters，2016，21（1）：96-99.

[4] REDDY V V，MUBEEN M，NG B P. Reduced-complexity super-resolution DOA estimation with unknown number of sources[J]. IEEE Signal Processing Letters，2014，22（6）：772-776.

[5] AKAIKE H. A new look at the statistical model identification[J]. IEEE Transactions on Automatic Control，1974，19（6）：716-723.

[6] HUANG L，SO H C. Source enumeration via MDL criterion based on linear shrinkage estimation of noise subspace covariance matrix[J]. IEEE Transactions on Signal Processing，2013，61（19）：4806-4821.

[7] HUANG L，SO H C. Source enumeration via MDL criterion based on linear shrinkage estimation of noise subspace covariance matrix[J]. IEEE Transactions on Signal Processing，2013，61（19）：4806-4821.

[8] SONG Z F，SU D L，XIE S G. Detecting the number of EMI sources based on higher order statistics[C]// 2009 20th International Zurich Symposium on Electromagnetic Compatibility. Zurich：IEEE，2019.

[9] STOICA P，NEHORAI A. MUSIC，maximum likelihood and Cramer-Rao bound：further results and comparisons[J]. IEEE Transactions on Acoustics，Speech，and Signal Processing，1990，38（12）：2140-2150.

[10] FISHLER E，MESSER H. On the use of order statistics for improved detection of signals by the MDL criterion[J]. IEEE Transactions on Signal Processing，2000，48（8）：2242-2247.

[11] HUANG L，LONG T，MAO E，et al. MMSE-based MDL method for accurate source number estimation[J]. IEEE Signal Processing Letters，2009，16（9）：798-801.

[12] HUANG L，LONG T，MAO E. Robust estimation of the number of sources using an MMSE-based MDL method[C]// 2009 IET International Radar Conference. Guilin：IEEE，2009.

[13] CHU F Z，HUANG J G，JIANG M，et al. Detecting the number of sources using modified EIT[C]// 2009 4th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications. Xi'an：IEEE，2009.

[14] CAPON J. High-resolution frequency wavenumber spectrum analysis[J]. Proceedings of the IEEE，1969，57（8）：44-60.

[15] ZUO W L，XIN J M，LIU C N，et al. Improved Capon estimator for high-resolution DOA estimation and its statistical analysis[J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica，2023，10（8）：1716-1729.

[16] YAN F G，JIN M，QIAO X L. Low-complexity DOA estimation based on compressed MUSIC and Its performance analysis[J]. IEEE Transactions on Signal Processing，2013，61（8）：1915-1930.

[17] 陈峰. 基于矢量水听器的高分辨方位估计方法研究[D]. 哈尔滨：哈尔滨工程大学，2022.

[18] VEERENDRA D，VILLAGOMEZ-GALINDO M，VALENCIA A B M，et al. Unitary root-MUSIC method with Nystrom approximation for 3-D sparse array DOA estimation in sensor networks[J]. IEEE Sensors Letters，2024，8（10）：1-4.

（责任编辑：曹晓霖）