

【引用格式】陈玮琪, 蔡晓伟. 超空泡滑行力与弧形水面的入水问题[J]. 数字海洋与水下攻防, 2025, 8 (3): 243-250.

超空泡滑行力与弧形水面的入水问题

陈玮琪¹, 蔡晓伟²

(1. 北京机电工程研究所, 北京 100074;
2. 中国船舶科学研究中心, 江苏 无锡 214086)

摘要 水下超空泡航行体利用高速航行时产生的超空泡包裹大部分弹体, 使弹体表面不与水流体接触, 从而可大幅减少摩擦阻力, 是当前实现水下超高速航行的重要减阻技术之一。在空泡内部, 航行体尾部有一部分会碰撞到空泡壁面或在空泡壁面上滑行, 由此形成的水动力称为超空泡滑行力, 它是影响水下超空泡航行体运动性能的关键水动力, 也是超空泡航行体研究领域中的重要课题和难点。梳理了超空泡滑行力理论研究从简单到复杂的发展历史, 对比分析了超空泡滑行力模型与平面入水理论的内在联系, 揭示了超空泡滑行力建模方法是 WAGNER 平面入水理论在弧形水面上的推广和应用, 指出了其中的关键突破是解决了物体在弧形水面上的入水问题, 为准确理解和进一步发展超空泡滑行力模型提供了思路。

关键词 超空泡; 超空泡滑行力; WAGNER 入水理论; 弧形水面

中图分类号 O352 **文献标识码** A **文章编号** 2096-5753(2025)03-0243-08

DOI 10.19838/j.issn.2096-5753.2025.03.002

Supercavitation Sliding Force and Water Entry on Curved Surfaces

CHEN Weiqi¹ CAI Xiaowei²

(1. Beijing Electro-Mechanical Engineering Institute, Beijing 100074, China;
2. China Ship Science Research Centre, Wuxi 214086, China)

Abstract The underwater supercavitating vehicle utilizes the supercavity generated during high-speed navigation to enclose most of the missile body, preventing the surface of the missile body from contacting water fluid. Thus, it can significantly reduce frictional resistance and is one of the important drag reduction technologies for underwater super-high-speed navigation at present. Inside the supercavity, a part of the vehicle tail will collide with the supercavity wall or slide on it. The resulting hydrodynamic force is called the supercavitation sliding force, which is a key hydrodynamic force affecting the motion performance of underwater vehicle bodies and is also an important topic and difficulty in the field of supercavitating vehicle body research. In this paper, the development history of the theoretical research on supercavitation sliding force is reviewed. The intrinsic connection between the supercavitation sliding force and the theory of planar entry into water is analyzed comparatively. It is revealed that the modeling method of supercavitation sliding force is the extension and application of WAGNER's theory of planar entry into water on curved water surfaces. It points out that the key breakthrough among them is to solve the problem of objects entering water on curved water surfaces, providing ideas for accurately understanding and further developing the supercavitation sliding force model.

Key words supercavitation; supercavitation sliding force; WAGNER water entry theory; curved water surface

0 引言

水下超空泡航行体利用自身高速运动产生的空泡隔离航行体表面与水流体之间的直接接触(见图 1), 极大减少了航行体表面与流体之间的摩擦阻力, 是实现超高速航行的重要减阻技术之一, 在工程实践中具有重大应用价值。

超空泡航行体的基本构型见图 2, 航行体一般是回转体, 航行体头部安装了一个空化器, 用于高速航行时产生一个包裹航行体的超空泡。在空泡内部, 航行体尾部有一小部分会接触到空泡壁面, 并在空泡壁面形成的水面上高速滑行, 这种因航行体尾部在超空泡壁面上滑行而产生的水动力, 就称为超空泡滑行力。



图 1 超空泡航行体的图像
Fig. 1 Image of supercavitating vehicle



图 2 超空泡航行体的基本构型及水动力分布
Fig. 2 Basic configuration and hydrodynamic distribution of supercavitating vehicle

对于水平航行的超空泡航行体而言, 为了平衡航行体自身的重量, 空化器有一定倾角, 可以产生一个向上的水动升力分量。但是, 最重要的升力来自于航行体尾部的超空泡滑行水动力。换言之, 超空泡滑行力起到了支撑航行体稳定航行的作用。

超空泡滑行力支撑了航行体的大部分重量, 是保证超空泡航行体稳定运动的最重要因素, 但它也是超空泡航行体上最为复杂的水动力。如果仅看图 2 中的示意图, 容易认为航行体的运动是定常的、空泡形态是不变的、航行体尾部在空泡壁面上的滑行是稳定的。但在实际问题中, 航行体尾部高速滑行产生的水动升力很容易产生相当大的旋转力矩, 使得航行体尾部经常跳出水面, 然后又在重力作用下(或撞击另一边空泡壁面反弹后)落回水面, 形

成航行体尾部一边滑行一边上下拍击水面的跳跃现象。从力学角度来看, 这种拍击应视为航行体尾部在水面上的出水和入水过程。因此, 准确而言, 超空泡滑行力应理解为是航行体尾部在空泡壁面上一边滑行一边反复出入水形成的非定常水动力。

深刻认识超空泡滑行力的形成机理并建立科学合理的模型, 是系统性掌握超空泡航行体运动模型和实现弹道控制的重要基础。因此针对超空泡滑行水动力的研究长期以来一直是空泡领域的一个热点。但是要准确计算超空泡滑行力不容易, 一方面是因为航行体尾部反复拍击水面的运动是瞬态的、非稳定的, 而且拍击过程中无论是出水还是入水, 其水动力都很复杂。另一方面是本文要强调的重点, 即空泡壁面虽然是一个类似水面的自由面, 但它不是一个水平面, 它是一个带有弧度的三维曲面, 而通常所说的水面一般指的是水平面。因此, 航行体尾部在空泡壁面所形成的弧形水面上的滑行拍击过程, 一定不同于在水平面上的滑行拍击过程。认识到三维弧形水面的曲面形状对物体滑行或出入水的水动力重要影响, 是解决超空泡滑行力的重要认知前提。

针对弯曲弧形水面影响的研究并不多见, 除超空泡滑行力研究领域之外, 主要在气泡与自由水面相互作用研究方面有类似研究内容。OBRESCHKOW^[1]等人研究了微重力条件下球形液滴中空化小气泡的动力学行为, 球形液体的外表面相当于弧形水面, 发现气泡界面和液面的相对曲率是影响液面变形的重要参数。ROBERT E^[2]等人研究了液体射流中的气泡行为, 射流相当于圆柱形状的弧形液面。郭文璐^[3]等人则总结了空化气泡与自由液面之间的研究进展, 包括气泡与弯曲液面相互作用的大量实验研究现状。相关超空泡滑行力的研究将在第 2 节专门介绍。

针对空泡及水动力作用的研究手段方面, 主要有实验、数值模拟和理论建模 3 大手段, 其中基于 CFD 的数值模拟方法和实验是当前最重要的研究手段, 早期就有 KIRSCHNER^[4]基于势流边界元方法开展了空泡模拟研究, 近期基于粘流 N-S 方程的空泡数值模拟并结合实验技术的方法发展的很快, 体现在最近的相关综述文献中, 王聪^[5]总结了目前跨介

质入水非定常空泡流型演变特性、冲击载荷、水下尾拍运动等研究现状和技术难点。明付仁^[6]等张阿漫团队综述了高速跨介质多相流动与空泡演化、冲击载荷与降载方法、运动稳定性与流固耦合响应、流固耦合数值研究方法等方面的研究进展。滑行力实验方面,近期比较重要的是张珂^[7]等颜开团队针对超空泡航行体尾部滑行力开展的实验研究。

但是无论是 CFD 还是实验,获得的空泡滑行力主要是以具体工况的数据为主,在超空泡航行体的弹道仿真、稳定性分析及航行控制的规律性研究中并不方便,因此还是有必要建立超空泡滑行力的理论模型。

所谓理论模型,就是要抓住影响空泡滑行力的关键因素,忽略次要因素或无关紧要的细节,再依据物理定理建立关键因素与空泡滑行力之间的数学关系。这种数学形式的关系式能对复杂问题提供一种概括性的简洁描述,有助于洞察复杂现象背后主要规律,深刻理解内在机理,对弹道仿真、稳定性分析、弹道控制等工程应用带来很大便利。

从目前的文献来看,针对超空泡滑行力建模的研究论文并不多见,而基于超空泡滑行力模型开展超空泡航行体运动控制、弹道仿真等应用研究的论文比较多,在这些工程应用论文中,出现了多个数学形式相近但又有所不同的超空泡滑行力模型^[8-13]。本人^[14]澄清过这些不同模型的相互关系和物理含义。某种程度上而言,本文是对文献[14]的补充,重点是分析超空泡滑行力模型从简单到复杂的发展历史,以及空泡滑行力理论与建模思路的演变过程。

1 滑行力模型的发展过程

空泡滑行力的理论研究有一个从简单到复杂的过程,首先是从形状简单的物体在水面上的滑行开始,著名科学家冯·卡门研究了楔形体在水面上的滑行问题,并提出了开创性的理论模型。随后 WAGNER^[15]通过改进冯·卡门的模型而提出了著名的 WAGNER 入水理论。前苏联科学家 LOGVINOVICH^[16]则用 WAGNER 类似的方法研究了形状更为复杂的圆柱体在水面上的滑行水

动力,见图 3 (a),并给出了在小攻角、小浸深条件下的滑行水动力计算公式:

$$F_n = \rho U^2 \frac{\sin^2(\alpha + \theta)}{\tan \alpha} 2r^2 \int_0^{h_0/r} \frac{\pi - \sqrt{\frac{h}{r}} \left(1 + \ln 4\sqrt{\frac{r}{h}} \right)}{\left(1 + \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{r}{h}} \alpha^2 \right)^2} d\left(\frac{h}{r}\right) \quad (1)$$

以上研究的都是物体在水面上的滑行,注意,这里提到的水面,指的是水平面。但是,正如前述,空泡内部的水面并不是水平面,而是一个三维弧形曲面,因此还必须研究圆柱体在弧形水面上的滑行水动力,见图 3 (b)。

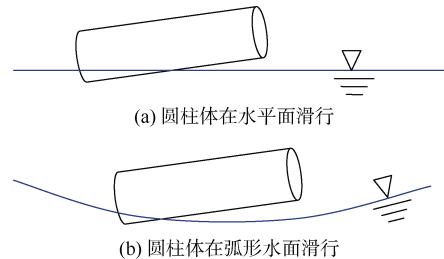


图 3 圆柱体在水平面和弧形水面上的滑行
Fig. 3 Sliding of cylinder on horizontal plane and curved water surface

LOGVINOVICH^[17-18]部分考虑了圆柱体在一个圆柱形空泡面上的小浸深滑行问题。所谓部分考虑,是因为圆柱形空泡是一个想象的空泡,沿圆柱形空泡轴线的纵向仍然是直线而不是弧形,而真实空泡的形状近似于一个纺锤形,无论横向还是纵向,空泡面都是弧形。

这个问题的完整形式,即圆柱体在一个接近真实的近似纺锤形的空泡面上的滑行问题,则是由 VASIN & PARYSHEV^[19-20]、PARYSHEV^[20]所解决的,PARYSHEV 给出了超空泡滑行力的数学公式为

$$F_n = \rho \pi R^2 \sin^2 \frac{B}{2} \left[\left(1 + \cos^2 \frac{B}{2} \right) \cdot V_{y0} + 2 \cdot V_{R0} \right] \quad (2)$$

这个公式在小间隙、小浸深条件下可以简化为

$$F_n = \rho \pi r^2 V_x \left[\left(1 - \left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0 + h_0} \right)^2 \right) \cdot V_{y0} + \frac{2h_0}{\varepsilon_0 + h_0} \cdot V_{R0} \right] \quad (3)$$

在以上 2 个公式中,PARYSHEV 用空泡弧形面取代水平面,因而更接近物理实际。

公式(3)的进一步发展则得到以下形式

$$F_n = \rho \pi r^2 U^2 \alpha \left(1 - \left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0 + h_0} \right)^2 \right) \cdot \left(\frac{r + h_0}{r + 2h_0} \right) \quad (4)$$

这个公式因其简洁后来得到了广泛使用^[1, 3-4]。

但是有关这个公式的推导过程及物理意义并不清楚, 在本文的后面将会说明以上公式的物理含义及来源。

在一些文献中还存在其他形式的空泡滑行力公式, 例如在文献[11], [13]中出现的滑行力公式是

$$F_n = \frac{1}{2} \rho \pi r^2 U^2 \alpha \left(1 - \left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0 + h_0} \right)^2 \right) \cdot \left(\frac{r + h_0}{r + 2h_0} \right) \quad (5)$$

在文献[12]中出现的滑行力公式则是

$$F_n = \rho \pi r^2 U^2 \alpha \left(1 - \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0 + h_0} \right)^2 \cdot \left(\frac{r + h_0}{r + 2h_0} \right) \quad (6)$$

上述列举的滑行力公式在形式上非常接近, 但也存在一定差异, 这些差异的原因并不清楚^[16], 也没有在其他文献上找到解释, 这就给工程应用带来了不必要的困惑。

为了判断这些公式中哪个公式更为合理, 最好的方法当然是与实验数据进行精细的对比。但是在缺乏高质量实验数据对比的条件下, 另一种较好的方法是从基本概念出发, 一步步分析滑行力的建模思路和推导过程, 并查明每一步分析结果所包含的物理意义, 最后自然就会得到准确的答案。下面简述空泡滑行力的建模思路及其发展历史。

2 超空泡滑行力的力学问题

超空泡航行体在水下高速运动的示意图见图4, 设航行体的速度为 U , 攻角为 α , 其中航行体上 x_0 到 x_1 的区间段是航行体尾部的浸湿部分, 这浸湿部分产生了超空泡滑行力。

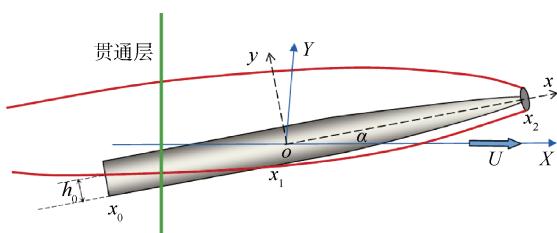


图 4 航行体尾部浸入空泡面(红线)滑行图

Fig. 4 Glide diagram of vehicle tail immersed in cavitation surface (red line)

原则上, 要精确计算超空泡滑行力, 最好是基于 CFD 技术求解整个超空泡流场, 这方面的研究很多, 在这里本文只限于讨论理论建模方法以及利用这个方法得到的近似计算公式。

一般而言, 要得到超空泡滑行力的近似计算公式不容易, 不仅因为它是复杂空泡外形的一个三维绕流问题, 更重要的是, 空泡外形是未知的, 本身是需要求解的一部分。但是注意到实际中的超空泡航行体及空泡本身一般都具有细长的外形, 因此可以利用细长体理论来简化超空泡三维绕流问题。根据细长体理论, 超空泡航行体的纵向扰流是小量, 可以忽略, 而只需要研究它的横向扰流运动。根据这个特点, 可以按下列方法进行研究。

在初始静止的绝对流场中选取一个垂直航行体运动方向的横切面作为观察面, 称为贯通层(见图3中的粗垂直线), 从图4的航行体尾部观察这个贯通层平面, 则可以看到, 当航行体从左到右运动穿越这个贯通层时, 在贯通层平面上有一个空泡截面形成的圆形空穴(称为二元空泡), 这个二元空泡先是扩张, 然后收缩, 同时在二元空泡内有一个圆形(它是航行体尾部在贯通层上的横截面)从上到下逐步浸入到水中, 见图5。

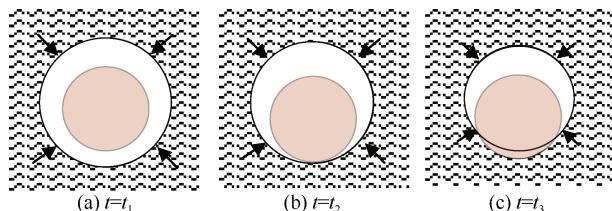


图 5 二元空泡与航行体截面之间的运动关系

Fig. 5 Kinematic relationship between 2D cavitation and circular cross section of vehicle

仔细观察图5中的圆形截面与空泡运动, 可得出以下3个结论:

1) 二元空泡的收缩速度正好反映了原三维空泡尾部外形在纵向方向的收缩快慢。

2) 二元空泡的边缘形成了一段弧形水面, 圆形截面逐步浸入弧形水面所扫过的航行体表面, 正是航行体尾部的浸湿面。

3) 如果能求出圆形截面浸入弧形水面的水动压力, 再沿航行体尾部浸湿面积分, 正好就是航行体尾部受到的空泡滑行力。

这样, 原三维空泡绕流中的空泡滑行力问题就转化为平面上圆形截面浸入二元空泡弧形水面的受力问题。现在, 计算圆形截面浸入弧形水面的水动压力成为一个关键问题。

3 平面入水问题

正如前述, 原三维空泡滑行力问题就简化为圆形的平面入水问题。

历史上, 关注平面入水问题是为了解决船舶楔形底部浸入水面的受力。正如前述, 冯·卡门最早研究了二维楔形的平面入水问题, 他基于势流理论, 将大钝角楔形的浸湿面近似为平板, 见图 6 (a) 中的虚线, 然后将楔形入水过程看作是连续变化的平板冲击水面的过程(见后文), 由此可以利用平板冲击水平面的冲击力公式估算楔形的入水压力。设平板宽度为 $2c$, 则冲击力为

$$F_y = \frac{\pi}{2} \rho c^2 V_y \quad (7)$$

式中: V_y 为入水速度; ρ 为水密度。

但是公式(7)的计算结果比实验值要小不少。关键原因是在这个模型中没有考虑楔形入水时水面会变形。

如果观察实验中楔形入水的水面变形变化, 就会发现靠近楔形表面的水面会抬高, 而沿楔形两边表面都有水射流爬升(飞溅)。WAGNER 忽略了飞溅, 重点抓住了楔形入水的水面抬高现象, 抬高的水面增加了楔形的浸湿面宽度, 也意味着平板宽度 $2c$ 增大了, 见图 6 (b) 中的虚线, 对应的入水压力也增大了, 这样就改进了冯·卡门方法, 建立了著名的 WAGNER 入水理论。冯·卡门和 WAGNER 方法的对比见图 6。

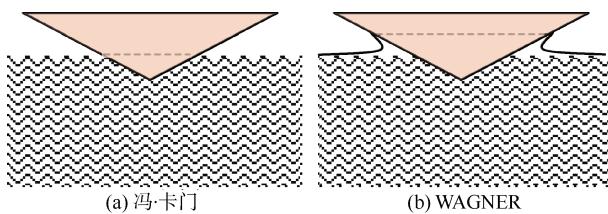


图 6 WAGNER 入水理论示意图(虚线表示虚拟平板)

Fig. 6 Diagram of WAGNER water entry theory (dotted lines represent virtual plates)

从以上所述可以看出, WAGNER 入水理论的核心就是如何计算水面抬高后的平板宽度 $2c$, 这个宽度不仅与楔形的外形有关, 而且与水面变形和水面抬高的速度有关。如果能求出每个时刻水面抬高之后的平板宽度 $2c$, 就能利用公式(7)求出入水压力, 这方面的细节可以参考文献[16]。

进一步, 如果将楔形改为圆形, 则利用上面相同的 WAGNER 方法, 很容易用来解决圆形的平面入水问题, 见图 7 和图 6 (b) 的对比。

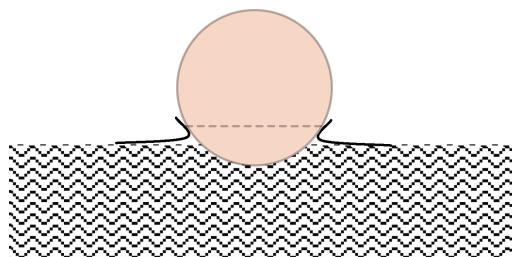


图 7 WAGNER 的圆形入水问题

Fig. 7 Diagram of WAGNER water entry theory of circular cross section

在上述方法中, 都是基于平板冲击公式(7)来计算入水压力, 但是平板两边尖锐边缘的绕流存在奇点, 因此并不符合物理现实。寇莹和陈玮琪^[21]对此进行了改进, 将平板冲击改为半椭圆冲击, 见图 8, 不仅消除了奇点, 而且对于大斜升角楔形入水也能计算的很好。相比而言, WAGNER 方法对于大斜升角楔形入水的计算误差较大。

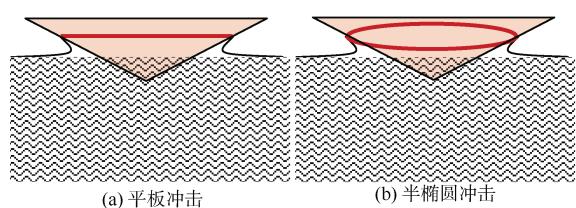


图 8 半椭圆冲击入水示意图

Fig. 8 Schematic diagram of semi-elliptical impact into water

总之, 目前对于圆形或椭圆形在水平面上的入水问题得到了较好解决, 下一步就是要将水平面改为弧形水面, 解决圆形在弧形水面上的入水问题。

4 弧形水面的入水问题

圆形在弧形水面上的入水问题的示意图见图 9。图 9 中的角度 $2B$ 是浸湿弧线的弧度, 也代表

浸湿弧线的长度，从图 9 (b) 中可以看出，在相同浸深条件下，如果考虑弧形水面的抬高效应，则浸湿弧线的弧度增大，浸湿弧线更长，反映到水动力上，水动力亦增大。

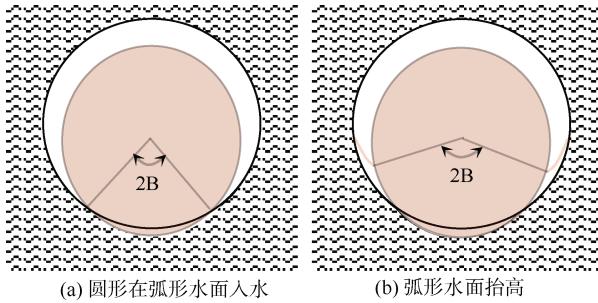


图 9 圆形浸入弧形水面的示意图

Fig. 9 Diagram of circular cross section immersed in curved water surface

PARYSHEV 参照 WAGNER 的方法，非常漂亮的解决了圆形在圆弧形水面上的入水问题。

对比 WAGNER 解决平面入水的方法，两者的区别有以下 2 点：

1) PARYSHEV 用代表空泡的圆弧形水面取代了水平面，并考虑了弧形水面的抬高效应。

2) PARYSHEV 的圆弧形水面不是静止的，而是具有向中心的收缩运动（参见图 5），而其他入水问题中的水面是静止的。

因为上述 2 点原因，求解 PARYSHEV 的入水问题远比水平面上的楔形入水问题难度更大。

在 WAGNER 解决楔形入水的方法中，重点是利用了平板冲击水平面的惯性力表达式。类似的，针对圆形在弧形水面上的入水问题，首先也是要解决圆弧冲击弧形水面的惯性力问题，见示意图 10。

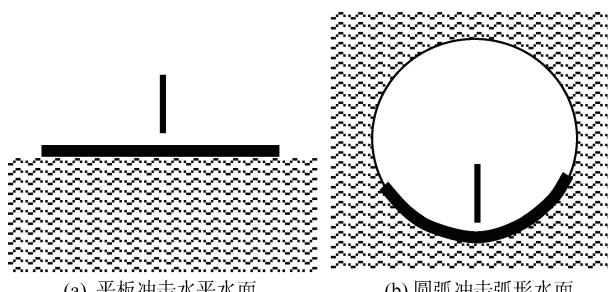


图 10 圆弧冲击弧形水面示意图

Fig. 10 Schematic diagram of arc impact on curved water surface

PARYSHEV 基于复变函数共形映射方法，得

到了圆形垂直冲击弧形水面的冲量表达式

$$I_y = \rho\pi R^2 \sin^2 \frac{B}{2} \left[\left(1 + \cos^2 \frac{B}{2} \right) V_y + 2V_R \right] \quad (8)$$

式中： R 是空泡半径； V_y 是圆形的入水速度； V_R 是二元空泡收缩速度。

为了看清楚上述表达式的物理含义，式 (8) 可改写为

$$I_y = m_y^* V_y + m_R^* V_R = I_1 + I_2 \quad (9)$$

$$\begin{cases} m_y^* = \rho\pi R^2 \left(1 - \cos^4 \frac{B}{2} \right) \\ m_R^* = \rho\pi R^2 2 \sin^2 \frac{B}{2} \end{cases} \quad (10)$$

式中： m_y^* 表示圆形入水诱导的附加质量； m_R^* 表示空泡收缩运动诱导的附加质量。

在上述冲量表达式中，受水面抬高影响的浸湿弧度 B 是未知的，也是待求的关键量。PARYSHEV 根据 WAGNER 方法，在小浸深 $\bar{h} = h/r \ll 1$ 和小间隙 $\bar{\varepsilon} = \varepsilon/r \ll 1$ 条件下，求出了浸湿弧度 B 的近似表达式

$$\cos B \approx \frac{\varepsilon - h}{\varepsilon + h} \quad \text{or} \quad \tan^2 \frac{B}{2} \approx \frac{h}{\varepsilon} \quad (11)$$

式中： r 是入水圆形的半径； h 是圆弧的浸入深度； $\varepsilon = R - r$ 是空泡与圆形截面之间的间隙。

将关系式 (11) 代入 (10) 得到

$$\begin{cases} m_y^* \approx \rho\pi r^2 \cdot \frac{(2\varepsilon + h)h}{(\varepsilon + h)^2} \\ m_R^* \approx \rho\pi r^2 \cdot \left(\frac{2h}{\varepsilon + h} \right) \end{cases} \quad (12)$$

再将 (12) 代入 (9) 得到冲量表达式

$$I_y = \rho\pi r^2 \left(\frac{h}{\varepsilon + h} \right) \left[\left(\frac{2\varepsilon + h}{\varepsilon + h} \right) V_y + 2V_R \right] \quad (13)$$

5 超空泡滑行力的数学公式

注意，以上式中的 I_y 只是圆形冲击弧形水面的冲量，而不是圆形受到的水动压力。要得到圆形的受力 P_y ，需要对冲量 I_y 求导，得到

$$P_y = \frac{dI_y}{dt} = \frac{d}{dt} \left(m_y^* \cdot V_y + m_R^* \cdot V_R \right) = \frac{\rho\pi r^2}{\varepsilon + h} \left[2 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon + h} V_y + V_R \right)^2 + h \left(\frac{2\varepsilon + h}{\varepsilon + h} \cdot \frac{dV_y}{dt} + 2 \frac{dV_R}{dt} \right) \right] \quad (14)$$

由此可以看出, 如果求出了单位宽度圆形截面的受力, 就可以沿超空泡航行体浸湿面(见图2中的 $x_0 \sim x_1$ 区间)积分而求出超空泡的滑行力, 具体积分过程的讨论见文献[16], 本文不再赘述。

对于定常滑行的超空泡航行体, 积分可以大大简化, 并可得到定常超空泡滑行力的解析表达式

$$F_n = \rho \pi r^2 V_x \left[\left(1 - \left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0 + h_0} \right)^2 \right) \cdot V_{y_0} + \frac{2h_0}{\varepsilon_0 + h_0} \cdot V_{R_0} \right] \quad (15)$$

下标“0”表示是航行体尾部端面的浸深、间隙、垂直入水速度和空泡收缩速度等参数。但是这并不表示在滑行力中没有考虑其他浸湿部分的作用, 实际上式(15)就是航行体全部浸湿面的受力, 这方面的分析见文献[16]。

在航行速度 U 为常数的定常滑行条件下, 如果攻角 α 很小、空泡纵向弧度也很小, 则有 $V_x \approx U$, $V_{y_0} \approx U\alpha$, $V_{R_0} \approx 0$, 于是式(15)可简化为

$$F_n = \rho \pi r^2 U^2 \alpha \left(1 - \left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0 + h_0} \right)^2 \right) \quad (16)$$

6 飞溅的影响

将式(16)与常用的超空泡滑行力式(4)进行对比, 就会发现式(4)只多了一个因子 $\left(\frac{r+h_0}{r+2h_0} \right)$, 这个因子正好反映了前面建模过程中所忽略的飞溅的影响。

对于物体入水, 如果入水速度比较高, 则除了水面抬高现象外, 还有大量的水花飞溅现象, 这些飞溅水花带走了流体的部分动量, 减少了入水物体的受力。

超空泡航行体在空泡面上的滑行速度和拍击水面的速度都比较高, 飞溅的影响不可忽略, 需要对飞溅进行建模, 并对超空泡滑行力进行修正。本人^[14]在式(16)的基础上, 给出了考虑飞溅影响的修正超空泡滑行力公式。此公式在定常、小攻角且忽略空泡收缩速度的条件下, 即可简化得到超空泡滑行力式(4)。有关飞溅的建模将在其他论文中给出。

7 超空泡滑行力数学公式的应用问题

无论是CFD数值模拟还是实验测试, 要获得

与航行体运动状态一一对应的超空泡滑行力的准确大小是一个很大的技术挑战, 其主要原因是, 在小攻角条件下, 一点点小误差就可以导致航行体上浸湿面的巨大变化, 而误差是不可避免的, 因此在相同名义攻角下, 实际上的浸湿面相差很大, 得到的水动力数据也就很离散。

相比而言, 超空泡滑行力的数学式(15)中只包含航行体尾部最后截面的运动参数, 而不需要知道整个浸湿面的大小(但是包含了全部浸湿面的受力)。从这个角度来看, 超空泡滑行力的数学公式更为方便。

在超空泡滑行力的数学式(15)中, 圆形的浸没速度 V_{y_0} 和浸没深度 h_0 可以根据航行体的运动状态与空泡形态求出, 而空泡形态、空泡收缩速度 V_R 和空泡间隙 $\varepsilon_0 = R - r$ 可以基于空泡独立膨胀原理^[8]计算。从计算角度而言, 这些方法都比较简单, 这里不展开。但是, 这些计算是否准确, 主要取决于空泡形态的计算是否准确, 而这也一个难点, 因为实际的空泡并不是所有部分都具有清晰的界面, 特别是空泡尾部流动复杂, 形态也不清晰。

8 结束语

本文总结了文献中出现的几种超空泡滑行力公式, 回顾了空泡滑行力的理论研究历史和发展过程, 得到以下结论:

1) 超空泡滑行力的理论研究, 有一个从简单到复杂的发展过程, 依次研究的问题有: 平板入水、楔形入水、圆形入水、圆形在弧形水面的入水、圆形在具有收缩速度的弧形水面入水、考虑飞溅影响的弧形水面入水等等。

2) 超空泡滑行力的理论建模方法是经典WAGNER入水理论在动态弧形水面上的推广。

3) 超空泡滑行力数学公式的应用条件是: 定常、小攻角、小浸深、小间隙(空泡直径接近航行体直径)、空泡是细长体、空泡尾部外形弧度很小等等。超出这些条件范围应用这个公式而出现的问题, 很大可能不是公式的问题, 而是应用不当的结果。

参考文献

- [1] OBRESCHKOW D, KOBEL P, DORSAZ N, et al. Cavitation bubble dynamics inside liquid drops in

- microgravity[J]. Physics Review Letters, 2006, 97(9): 094502.
- [2] ROBERT E, LETTRY J, FARHAT M, et al. Cavitation bubble behavior inside a liquid jet[J]. Physics of Fluids, 2007, 19 (6): 067106.
- [3] 郭文璐, 李泓辰, 王静竹, 等. 单空泡与自由液面相互作用规律研究进展. 力学学报, 2019, 51 (6): 1682-1698.
- [4] KIRSCHNER I N, NEAL E F, JAMES S, et al. Numerical modeling of supercavitating flows , ADP012078[R]. Fairfax: Anteon/Engineering Technology Center, 2001.
- [5] 王聪, 许海雨, 卢佳兴. 跨介质航行器入水多相流场及运动特性研究现状与展望[J]. 水下无人系统学报, 2023, 31 (1): 38-49.
- [6] 明付仁, 王嘉捷, 刘文韬, 等. 高速跨介质入水多相流动与流固耦合特性研究综述[J]. 空气动力学学报, 2024, 42 (1): 68-85.
- [7] 张珂, 李鹏, 王志, 等. 超空泡航行体尾部滑行力实验研究[J]. 船舶力学, 2020, 24 (1): 10.
- [8] SAVCHENKO Y N. Control of Supercavitation Flow and Stability of Supercavitating Motion of Bodies[M]. Kiev: Ukrainian National Academy of Sciences, 2001.
- [9] DZIELSKI J, KURDILA A. A benchmark control problem for supercavitating vehicles and an initial investigation of solutions[J]. Journal of Vibration and Control, 2023, 9 (7): 791-804.
- [10] MAO X F. Nonlinear robust control design for a high-speed supercavitating vehicle[D]. Philadelphia: The Pennsylvania State University, 2010.
- [11] ZOU W, YU K P, ARNDT R. Modeling and simulations of supercavitating vehicle with planning force in the longitudinal plane[J]. Applied Mathematical Modelling, 2025, 39 (19): 600-6020.
- [12] VANEK B, BOKOR J, BALAS G J, et al. Longitudinal motion control of a high-speed supercavitation vehicle[J]. Journal of Vibration and Control, 2007, 13 (2): 1-29.
- [13] 赵新华, 孙尧, 安伟光, 莫宏伟. 超空泡航行体控制问题研究进展[J]. 力学进展, 2009, (39) 5: 538-549
- [14] 陈玮琪. 超空泡滑行力模型的几点思考. 数字海洋与水下攻防[J], 2023, 6 (3): 308-313.
- [15] WAGNER H. Über stoß-und gleitvogänge an der oberfläche von flüssigkeiten[J]. Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 2006, 12 (4): 193-215.
- [16] LOGVINOVICH G V. Hydrodynamics of Free Boundary Flows[M]. Jerusalem: Israel Program for Scientific Translations, 1972.
- [17] LOGVINOVICH G V. Some problems of planning[R]. Zhukovsky: Central Aerohydrodynamic Institute, 1980.
- [18] LOGVINOVICH G V. Problems of contemporary hydrodynamics[R]. Zhukovsky: Central Aerohydrodynamic Institute, 1985.
- [19] VASIN A D, PARYSHEV E V. Immersion of a cylinder in a fluid through a cylindrical free surface[J]. Fluid Dynamics, 2001, 36: 169-177.
- [20] PARYSHEV E V. The plane problem of immersion of an expanding cylinder through a cylindrical free surface of variable radius[C]// 2002 International Summer Scientific School on High Speed Hydrodynamics. Cheboksary: IEEE, 2002.
- [21] 寇莹, 王宝寿, 陈玮琪. 二维物体入水砰击问题的理论方法研究[J]. 船舶力学, 2017, 21 (4): 383-389.

(责任编辑: 张曼莉)