

【引用格式】吕晨溪, 朱代柱, 郭浩泉. 拖线阵畸变阵形和目标方位估计算法[J]. 数字海洋与水下攻防, 2025, 8(2): 212-219.

# 拖线阵畸变阵形和目标方位估计算法

吕晨溪, 朱代柱, 郭浩泉

(上海船舶电子设备研究所, 上海 201108)

**摘要** 拖线阵声呐广泛应用于水下目标检测, 在舰艇平台转向机动时, 柔性的拖线阵不再保持直线形, 阵形发生畸变, 阵元位置未知, 导向矢量失配, 进而导致拖线阵声呐性能急剧下降。针对这一问题, 提出了一种基于稀疏贝叶斯学习 (Sparse Bayesian Learning, SBL) 的阵形和目标方位估计算法。该算法仅利用接收到的声学信号估计目标方位, 将转弯时的畸变阵形建模为抛物线形, 并将抛物线参数作为 SBL 的超参数, 实现了目标方位和畸变阵形的同时估计。仿真分析结果表明: 在畸变阵形为抛物线模型的假设下, 算法可以同时畸变阵形和目标方位进行估计, 并具有更好的目标检测能力和更高的分辨力。

**关键词** 拖线阵阵形畸变; 稀疏贝叶斯学习; 畸变阵形估计; 目标方位估计

**中图分类号** TB566

**文献标识码** A

**文章编号** 2096-5753(2025)02-0212-08

**DOI** 10.19838/j.issn.2096-5753.2025.02.013

## Distorted Array Shape and Target Azimuth Estimation Algorithm for Towed Arrays

LYU Chenxi, ZHU Daizhu, GUO Haoquan

(Shanghai Marine Electronic Equipment Research Institute, Shanghai 201108, China)

**Abstract** Towed array sonar is widely used in underwater target detection. During ship platform maneuvering, the towed array shape is distorted, deviating from linear configuration. This results in unknown array elements positions and mismatch of steering vector, leading to significant performance degradation of the sonar. To solve this problem, the shape and azimuth estimation algorithm based on Sparse Bayesian Learning is proposed. The algorithm uses received acoustic data to estimate target azimuth, models the distorted array shape during maneuvering as a parabolic curve, and takes the parabolic parameters as hyper-parameters in the SBL framework to realize simultaneous estimation of both array shape parameters and target azimuths. Simulation results demonstrate that under the assumption of parabolic distortion model, the proposed algorithm achieves concurrent estimation of array distortion and target azimuths, exhibiting enhanced target detection capability and superior resolution.

**Key words** towed array distortion; Sparse Bayesian Learning; distorted array shape estimation; target azimuth estimation

## 0 引言

拖曳线列阵声呐在对潜艇和水面舰艇的探测、标定、跟踪以及类型识别问题中发挥着巨大的作用。

但是, 舰艇拖曳平台的转向机动导致拖线阵阵形畸变, 导向矢量失配, 此时若仍按直线进行波束形成, 传统的最小方差无畸变响应 (Minimum Variance Distortionless Response, MVDR)<sup>[1]</sup>、多重信号分

类 (Multiple Signal Classification, MUSIC) [2] 方位估计方法获得的空谱会出现谱峰展宽的现象, 不仅目标方位估计误差增大, 还会降低拖线阵的空间处理增益, 对目标的检测能力下降, 甚至丢失目标 [3-4]。因此, 在舰艇转向时估计目标方位和畸变阵形具有重要意义。

常见的畸变阵形估计方法主要有非声学方法及声学方法 2 大类。非声学方法有流体力学建模法 [5-8], 航向传感器数据拟合法 [9-11] 等。其中, 运用流体力学建模法对拖线阵水下状态进行力学建模并求解阵形的过程难度大, 需要充分考虑水下环境的复杂性。航向传感器数据拟合法虽算法逻辑简明, 但在舰艇转向机动过程中, 机械状态的动态调整会导致周围磁场显著变化, 致使传感器准确性下降, 进一步影响阵形估计结果。传统的声学方法主要利用接收的声学数据通过信号处理方法来估计阵形, 主要有锐度提取法 [12]、梯度法 [13]、特征矢量法 [14] 和时延估计法 [15] 等。声学方法虽然计算量较大, 但更能适应多变的水文环境, 估计结果接近实际阵形, 具有较好的工程应用前景。

近年来, 稀疏贝叶斯学习 (Sparse Bayesian Learning, SBL) 常被用于水声信号处理领域。文献 [16] 提出了多快拍、宽频带的 SBL 处理方法, 与其它方法相比, SBL 在对较弱的声源进行匹配场处理定位时, 具有高精度定位性能, 又有抗失配的优势。文献 [17] 使用 SBL 和联合阵列 MUSIC, 提高了目标辨识数目, 显著降低空域混叠。文献 [18] 将 SBL 应用于海洋波导环境 -3 dB 声源定位, 将复杂的声源振幅建模为随机量, 提高了模型中的振幅和相位误差的鲁棒性, 从而定位性能也有所提高。文献 [19] 针对 SBL 每次迭代都需要计算大型复杂矩阵的逆这一问题, 提出了一种新的实值变换方法, 通过利用线阵的虚拟转向来估计波达方向, 降低了计算量。文献 [20] 提出了一种针对固定安装在平台上的线列阵声呐在平台转向时的目标方位估计方法, 提升了平台转向时的方位估计性能。上述方法均建立在直线阵的基础上, 无法解决平台转向时拖线阵阵形畸变的问题, 本文提出了基于 SBL 的阵形和目标方位估算法 (Shape and Azimuth Estimation Based Sparse Bayesian Learning, SASBL) 算法, 同时对目标方位和畸变阵形进行估计, 仿真分析发现, 该

算法在阵形畸变时具有更强的目标检测能力和更高的分辨力。

本文第 1 节针对拖线阵的畸变阵形和接收信号进行建模, 第 2 节详细介绍了本文提出的 SASBL 算法原理, 第 3 节通过仿真证明了 SASBL 算法能够同时对拖线阵的畸变阵形和目标方位进行估计, 并且通过仿真结果统计了 SASBL 算法的性能, 第 4 节通过仿真分析得出了 SASBL 算法有效且性能较好的结论。

## 1 平台转向模型

### 1.1 畸变阵抛物线模型

在拖线阵中发挥主要作用的声学基阵段位于整个拖线阵的中间部分, 在舰艇转向机动时相对较为稳定。相比于水平面内的畸变, 零浮力拖线阵竖直方向上的畸变也很小, 暂不考虑, 而且拖线阵前端受到拖缆的牵引力, 前后两段受力不均匀、不对称。因此从物理角度分析, 舰船转向机动时拖线阵声学基阵段在水平面内的形变状态为抛物线形。

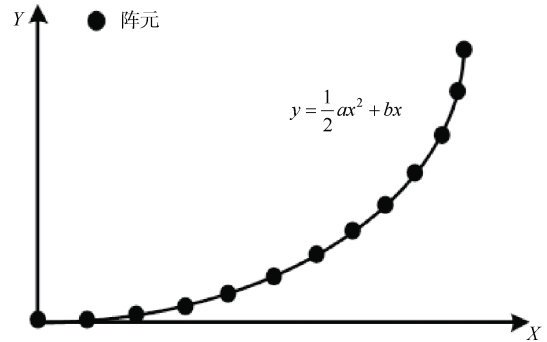


图 1 畸变阵形建模示意图

Fig. 1 Schematic diagram of distorted array modeling

如图 1 所示, 以第 1 个阵元所在位置为原点, 在水平面内构建直角坐标系, 其中  $X$  轴负方向与舰艇航行方向保持一致。在此坐标系下, 畸变阵形可以由抛物线模型表示:

$$y = f(x) = \frac{1}{2}ax^2 + bx \quad (1)$$

假设拖线阵声阵段有  $M$  个阵元, 各阵元按照处理信号中心频率  $f_0$  的半波长为间隔布设, 相邻阵元间距为  $d$ , 阵元在坐标系内的坐标为  $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_M, y_M)\}$ 。根据阵元间距和抛物线弧长公式, 阵元坐标满足关系:

$$(j-1)d = \int_{x_1}^{x_j} \sqrt{1+y'^2} dx \quad j=1, \dots, M \quad (2)$$

由于式(2)复杂性较高,无法直接计算,因此本文采用分段直线近似的方法,认为相邻2个阵元之间的弧线是直线,相邻阵元所在位置的横纵坐标和斜率可由式(3)估计:

$$\begin{aligned} x_i &\approx \frac{d}{\sqrt{1+k_{i-1}^2}} + x_{i-1} \equiv \Phi(k_{i-1}) + x_{i-1} \\ y_i &\approx \frac{k_{i-1}d}{\sqrt{1+k_{i-1}^2}} + y_{i-1} \equiv \Psi(k_{i-1}) + y_{i-1} \\ k_i &\approx ax_i + b \end{aligned} \quad (3)$$

式中,  $k_i$  表示第  $i$  个阵元所在位置的斜率。因此,  $M$  个阵元的位置坐标和斜率可以由抛物线模型参数  $a$  和  $b$  表示。

## 1.2 接收信号模型

假设  $K$  个在大地坐标系下方向分别为  $\theta = \{\theta_1, \dots, \theta_K\}$  的远场窄带信号入射到拖线阵上, 认为信号的入射方向在观测时间内保持不变。某特定时刻的接收信号可表示为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}_t(\theta)\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t), t \in \{1, 2, \dots, T\} \quad (4)$$

式中:  $T$  为快拍数;  $\mathbf{A}_t(\theta) = [\mathbf{a}_t(\theta_1), \dots, \mathbf{a}_t(\theta_K)] \in \mathbb{C}^{M \times K}$  为时变的阵列流形矩阵;  $\mathbf{s}(t)$  为目标信号,  $\mathbf{n}(t)$  为噪声信号。

为满足稀疏性要求, 将整个水平面均匀离散为  $L$  个角度, 此时平面  $\Theta = \{\tilde{\theta}_1, \dots, \tilde{\theta}_L\}$ ,  $L \gg K$  且  $L \gg M$ 。当  $L$  足够大时, 可忽略量化误差的影响, 使得  $\theta \in \Theta$ 。通过补零将阵列流形矩阵  $\mathbf{A}_t(\theta)$  扩展成完备矩阵  $\tilde{\mathbf{A}}_t(\Theta) = [\mathbf{a}_t(\tilde{\theta}_1), \dots, \mathbf{a}_t(\tilde{\theta}_L)] \in \mathbb{C}^{M \times L}$ , 同时将信号  $\mathbf{s}(t)$  以补零形式扩展成  $\bar{\mathbf{s}}(t)$ , 当且仅当  $\tilde{\theta}_i = \theta_k$  时,  $\bar{\mathbf{s}}(t)$  中的对应的项不等于 0, 此时式(4)可以改写为

$$\mathbf{X}(t) = \tilde{\mathbf{A}}_t(\Theta)\bar{\mathbf{s}}(t) + \mathbf{n}(t), t \in \{1, 2, \dots, T\} \quad (5)$$

## 2 阵形和目标方位联合估计算法

### 2.1 目标方位估计

针对单快拍的信号, 假设噪声服从复高斯分布, 其均值为 0, 概率密度表示为  $\text{CN}(\mathbf{n}(t); 0, \sigma^2 \mathbf{I})$ , 其中  $\sigma^2$  为噪声功率。此时  $\mathbf{x}(t)$  也服从复高斯分布, 对于  $t$  时刻的快拍, 其似然函数可以表示为

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}(t) | \bar{\mathbf{s}}(t); \sigma^2) = \\ (\pi\sigma^2)^{-M} \exp\left(-\frac{1}{\sigma^2} \|\mathbf{x}(t) - \tilde{\mathbf{A}}_t(\Theta)\bar{\mathbf{s}}(t)\|_2^2\right) \end{aligned} \quad (6)$$

根据 SBL 的框架, 目标信号  $\bar{\mathbf{s}}(t)$  也服从复高斯分布, 均值为 0, 可以表示为

$$\begin{aligned} p(\bar{\mathbf{s}}(t); \gamma) = \prod_{l=1}^L \text{CN}(\bar{s}_l(t); 0, \gamma_l) = \\ \prod_{l=1}^L \frac{1}{\pi\gamma_l} \exp\left(-\frac{|\bar{s}_l(t)|^2}{\gamma_l}\right) \end{aligned} \quad (7)$$

式中:  $\bar{s}_l(t)$  为  $\bar{\mathbf{s}}(t)$  的第  $l$  个元素;  $\gamma_l$  为  $\bar{s}_l(t)$  的方差。超参数  $\gamma = [\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_L]$  可以决定信号  $\bar{\mathbf{s}}(t)$  的稀疏性。理想状态是经计算迭代, 多数  $\gamma_l$  为 0, 少量  $\gamma_l$  非 0, 非零时代表该方向存在目标。

对于多快拍信号, 认为各个快拍之间的信号相互独立, 则接收信号的似然函数可以扩展为

$$p(\mathbf{X} | \bar{\mathbf{S}}; \sigma^2) = \prod_{t=1}^T \text{CN}(\tilde{\mathbf{A}}_t(\Theta)\bar{\mathbf{s}}(t), \sigma^2 \mathbf{I}) \quad (8)$$

式中:  $\mathbf{X} = [\mathbf{x}(1), \mathbf{x}(2), \dots, \mathbf{x}(T)] \in \mathbb{C}^{M \times T}$ ;  $\bar{\mathbf{S}} = [\bar{\mathbf{s}}(1), \bar{\mathbf{s}}(2), \dots, \bar{\mathbf{s}}(T)] \in \mathbb{C}^{L \times T}$ 。

对于远场目标, 可视其方位角在大地坐标系下保持恒定, 且服从相同的先验分布, 表示为

$$p(\bar{\mathbf{S}}; \gamma) = \prod_{t=1}^T \text{CN}(0, \mathbf{A}) \quad (9)$$

式中,  $\mathbf{A} = \text{diag}(\gamma)$ 。

根据贝叶斯理论,  $\gamma$  与  $\sigma^2$  的后验概率密度满足:

$$p(\gamma, \sigma^2 | \mathbf{X}) \propto p(\mathbf{X}; \gamma, \sigma^2) p(\gamma) p(\sigma^2) \quad (9)$$

当  $\gamma$  与  $\sigma^2$  不存在先验假设时, 有  $p(\gamma, \sigma^2 | \mathbf{X}) \propto p(\mathbf{X}; \gamma, \sigma^2)$ 。此时将式(8)与式(9)相乘, 并对  $\bar{\mathbf{S}} = [\bar{\mathbf{s}}(1), \bar{\mathbf{s}}(2), \dots, \bar{\mathbf{s}}(T)] \in \mathbb{C}^{L \times T}$  求积分, 得到:

$$\begin{aligned} p(\mathbf{X}; \gamma, \sigma^2) = \int p(\mathbf{X} | \bar{\mathbf{S}}; \sigma^2) p(\bar{\mathbf{S}}; \gamma) d\bar{\mathbf{S}} = \\ \prod_{t=1}^T \int \text{CN}(\tilde{\mathbf{A}}_t(\Theta)\bar{\mathbf{s}}(t), \sigma^2 \mathbf{I}) \text{CN}(0, \mathbf{A}) d\bar{\mathbf{s}}(t) = \\ \prod_{t=1}^T \text{CN}(0, \Sigma_t) \end{aligned} \quad (10)$$

其中,  $\Sigma_t$  为时变的协方差阵, 表示为

$$\Sigma_t = \tilde{\mathbf{A}}_t \mathbf{A} \tilde{\mathbf{A}}_t^H + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (11)$$

为了便于最大化后验概率, 这里对式(10)取对数, 表示为

$$\log(p(\mathbf{X}; \gamma, \sigma^2)) \propto -\sum_{t=1}^T (\log |\Sigma_t| + \mathbf{X}^H(t) \Sigma_t^{-1} \mathbf{X}(t)) \quad (12)$$

式中,  $|\bullet|$  表示矩阵的行列式。最大化式(12)可以得到超参数  $\gamma$  的估计值, 表示为

$$\hat{\gamma} = \arg \max_{\gamma} (\log(p(\mathbf{X}; \gamma, \sigma^2))) =$$

$$\arg \min_{\gamma} \left( \sum_{t=1}^T (\log |\Sigma_t| + \mathbf{X}^H(t) \Sigma_t^{-1} \mathbf{X}(t)) \right) \quad (13)$$

当  $\sum_{t=1}^T (\log |\Sigma_t| + \mathbf{X}^H(t) \Sigma_t^{-1} \mathbf{X}(t))$  对  $\gamma$  中的各个元素的导数为 0 时, 可以得到  $\gamma$  的最终估计值:

$$\frac{\partial}{\partial \gamma_l} \sum_{t=1}^T (\log |\Sigma_t| + \mathbf{X}^H(t) \Sigma_t^{-1} \mathbf{X}(t)) = 0 \quad (14)$$

为降低求解式 (14) 的难度, 定义  $\gamma_l^{\text{new}}$  与  $\gamma_l^{\text{old}}$  分别为  $\gamma_l$  的新、旧迭代值。引入  $\gamma_l^{\text{old}}/\gamma_l^{\text{new}}$  后, 式 (14) 可以被改写为

$$\frac{\gamma_l^{\text{old}}}{\gamma_l^{\text{new}}} \sum_{t=1}^T \mathbf{X}^H(t) \Sigma_t^{-1} \mathbf{a}_t(\tilde{\theta}_l) \mathbf{a}_t^H(\tilde{\theta}_l) \Sigma_t^{-1} \mathbf{X}(t) -$$

$$\sum_{t=1}^T \mathbf{a}_t^H(\tilde{\theta}_l) \Sigma_t^{-1} \mathbf{a}_t(\tilde{\theta}_l) = 0 \quad (15)$$

因此, 对  $\gamma_l^{\text{new}}$  的更新可以表示为

$$\hat{\gamma}_l^{\text{new}} = \hat{\gamma}_l^{\text{old}} \frac{\sum_{t=1}^T \mathbf{X}^H(t) \Sigma_t^{-1} \mathbf{a}_t(\tilde{\theta}_l) \mathbf{a}_t^H(\tilde{\theta}_l) \Sigma_t^{-1} \mathbf{X}(t)}{\sum_{t=1}^T \mathbf{a}_t^H(\tilde{\theta}_l) \Sigma_t^{-1} \mathbf{a}_t(\tilde{\theta}_l)} \quad (16)$$

当  $\frac{|\gamma_l^{\text{new}} - \gamma_l^{\text{old}}|}{|\gamma_l^{\text{new}}|} < \varepsilon$  时迭代停止, 此时, 可认为由

式 (14) 与由式 (16) 求得的  $\gamma$  相等,  $\varepsilon$  为设置的终止参数。其中, 计算  $\Sigma_t$  需要噪声方差  $\sigma^2$  的迭代更新。更新  $\sigma^2$  可以采用计算  $\frac{\partial}{\partial \sigma^2} \log(p(\mathbf{X}; \gamma, \sigma^2)) = 0$  来进行, 但是, 这容易造成对  $\sigma^2$  的估算不准确, 尤其是在信噪比低时。所以, 在迭代过程中, 使用最大似然方法估算  $\sigma^2$ , 表示为

$$\hat{\sigma}^2 = \sum_{t=1}^T \frac{\text{tr}((\mathbf{I} - \mathbf{P}_t) \mathbf{R}_t)}{T(M - K)} \quad (17)$$

式中:  $\mathbf{R}_t = \mathbf{X}(t) \mathbf{X}(t)^H$ ;  $\mathbf{P}_t$  为拟信号方向的投影矩阵; 表示为  $\mathbf{P}_t = \mathbf{A}_{t,K} (\mathbf{A}_{t,K}^H \mathbf{A}_{t,K})^{-1} \mathbf{A}_{t,K}^H$ ;  $\mathbf{A}_{t,K}$  是由  $\tilde{\mathbf{A}}_t(\boldsymbol{\theta})$  中  $K$  个峰值所对应的列重新组成的新矩阵。

根据上述内容, 具体实施步骤如下:

- 1) 输入接收信号  $\mathbf{X}(t)$  和阵元位置坐标  $(x_m, y_m)$ ;
- 2) 根据  $(x_m, y_m)$  得到  $\tilde{\mathbf{A}}_t(\boldsymbol{\theta})$ ;
- 3) 初始化超参数  $\gamma$ 、 $\sigma^2$  和  $\varepsilon$ ;
- 4) While  $\frac{|\gamma_l^{\text{new}} - \gamma_l^{\text{old}}|}{|\gamma_l^{\text{new}}|} \geq \varepsilon$

$$\Sigma_t = \tilde{\mathbf{A}}_t \mathbf{A} \tilde{\mathbf{A}}_t^H + \sigma^2 \mathbf{I};$$

$$\hat{\gamma}_l^{\text{new}} = \hat{\gamma}_l^{\text{old}} \frac{\sum_{t=1}^T \mathbf{X}^H(t) \Sigma_t^{-1} \mathbf{a}_t(\tilde{\theta}_l) \mathbf{a}_t^H(\tilde{\theta}_l) \Sigma_t^{-1} \mathbf{X}(t)}{\sum_{t=1}^T \mathbf{a}_t^H(\tilde{\theta}_l) \Sigma_t^{-1} \mathbf{a}_t(\tilde{\theta}_l)};$$

$$\hat{\sigma}^2 = \sum_{t=1}^T \frac{\text{tr}((\mathbf{I} - \mathbf{P}_t) \mathbf{R}_t)}{T(M - K)};$$

end

5) 输出  $\gamma$  和  $\sigma^2$ 。

## 2.2 阵形参数估计

在进行目标方位估计的同时对抛物线阵形参数进行估计, 需借助阵元坐标。本文利用分段直线近似的方法表示阵元位置信息, 如式 (3) 表示,  $\tilde{\mathbf{A}}_t(\boldsymbol{\theta})$  中的元素

$$a_{ml} = \exp(-j2\pi f_0 ((\frac{d}{\sqrt{1+k_{m-1}^2}} + x_{m-1}) \cos \theta_l +$$

$$(\frac{k_{m-1}d}{\sqrt{1+k_{m-1}^2}} + y_{m-1}) \sin \theta_l)) \quad (18)$$

此时  $a$ 、 $b$  作为  $\tilde{\mathbf{A}}_t(\boldsymbol{\theta})$  中的超参数, 可利用阵列接收数据采用局部优化算法或梯度下降法进行估计, 在进行目标方位估计的同时, 自适应估计畸变阵形。

当  $\tilde{\mathbf{A}}_t(\boldsymbol{\theta})$  中包含超参数  $a$ 、 $b$  时, 式 (12) 表示为  $\log p(\mathbf{X}; a, b, \gamma, \sigma^2) \propto -\text{tr}(\mathbf{X}^H \Sigma_t^{-1} \mathbf{X}) - L \log \det \Sigma_t$  (19)

类似于  $\gamma$  与  $\sigma^2$  的估计方法, 本文提出的算法通过使  $\log p(\mathbf{X}; a, b, \gamma, \sigma^2)$  最大化的方法估计超参数  $a$ 、 $b$ 。选择  $\gamma$  与  $\sigma^2$  的某一组固定值, 此时  $a$  和  $b$  的估计值为

$$\hat{a} = \arg \max_a \log p(\mathbf{X}; a, b, \gamma, \sigma^2) \equiv$$

$$\arg \min_a F(a, b) \quad (20)$$

$$\hat{b} = \arg \max_b \log p(\mathbf{X}; a, b, \gamma, \sigma^2) \equiv$$

$$\arg \min_b F(a, b) \quad (21)$$

式中,  $F(a, b)$  定义为

$$F(a, b) = \text{tr}(\mathbf{X}^H \Sigma_t^{-1} \mathbf{X}) + L \log \det \Sigma_t \quad (22)$$

利用导数公式:

$$\frac{\partial \Sigma_t^{-1}}{\partial a} = -\Sigma_t^{-1} \frac{\partial \Sigma_t}{\partial a} \Sigma_t^{-1} \quad (23)$$

$$\frac{\partial \log \det \Sigma_t}{\partial a} = \text{tr}(\Sigma_t^{-1} \frac{\partial \Sigma_t}{\partial a}) \quad (24)$$

根据式 (11),  $\Sigma_t$  中仅有  $\tilde{A}_t$  与  $a$ 、 $b$  有关, 对  $a$  求偏导有

$$\frac{\partial a_{ml}}{a} = a_{ml}(-j2\pi f_0)\left(\frac{\partial x_m}{a}\cos\theta_l + \frac{\partial y_m}{a}\sin\theta_l\right) \equiv q_{ml} \quad (25)$$

式中,  $x_m$  和  $y_m$  对  $a$  的偏导数需借助后向传播算法, 由式 (26) 计算得到:

$$\begin{aligned} \frac{\partial x_m}{\partial a} &= \Phi'(k_{m-1})\frac{\partial k_{m-1}}{\partial a} + \frac{\partial x_{m-1}}{\partial a} \\ \frac{\partial y_m}{\partial a} &= \Psi'(k_{m-1})\frac{\partial k_{m-1}}{\partial a} + \frac{\partial y_{m-1}}{\partial a} \\ \frac{\partial k_m}{\partial a} &= x_m + a\frac{\partial x_m}{\partial a} \end{aligned} \quad (26)$$

$q_{ml} \in \mathbf{Q}_{M \times L}$ , 且  $\mathbf{Q} = \frac{\partial \tilde{A}_t}{\partial a}$ ,  $\mathbf{Q}^H = \frac{\partial \tilde{A}_t^H}{\partial a}$ 。则  $\Sigma_t$  对  $a$  求偏导为

$$\frac{\partial \Sigma_t}{\partial a} = \mathbf{Q}\mathbf{A}\tilde{\mathbf{A}}^H + \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{A}\mathbf{Q}^H \quad (27)$$

$F(a, b)$  对  $a$  的偏导为

$$\begin{aligned} G(a) &= \frac{\partial F(a, b)}{\partial a} = \\ &\text{tr}(\mathbf{X}^H \Sigma_t^{-1} (\mathbf{Q}\mathbf{A}\tilde{\mathbf{A}}^H + \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{A}\mathbf{Q}^H) \Sigma_t^{-1} \mathbf{X}) - \\ &\text{Ltr}(\Sigma_t^{-1} (\mathbf{Q}\mathbf{A}\tilde{\mathbf{A}}^H + \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{A}\mathbf{Q}^H)) \end{aligned} \quad (28)$$

同理, 令  $\frac{\partial a_{ml}}{b} \equiv r_{ml}$ ,  $r_{ml} \in \mathbf{R}_{M \times L}$ , 结合  $x_m$  和  $y_m$  对  $b$  的偏导数后向计算公式

$$\begin{aligned} \frac{\partial x_m}{\partial b} &= \Phi'(k_{m-1})\frac{\partial k_{m-1}}{\partial b} + \frac{\partial x_{m-1}}{\partial b} \\ \frac{\partial y_m}{\partial b} &= \Psi'(k_{m-1})\frac{\partial k_{m-1}}{\partial b} + \frac{\partial y_{m-1}}{\partial b} \\ \frac{\partial k_m}{\partial b} &= a\frac{\partial x_m}{\partial b} + 1 \end{aligned} \quad (29)$$

可得到  $F(a, b)$  对  $b$  的偏导为

$$\begin{aligned} H(b) &= \frac{\partial F(a, b)}{\partial b} = \\ &\text{tr}(\mathbf{X}^H \Sigma_t^{-1} (\mathbf{R}\mathbf{A}\tilde{\mathbf{A}}^H + \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{A}\mathbf{R}^H) \Sigma_t^{-1} \mathbf{X}) - \\ &\text{Ltr}(\Sigma_t^{-1} (\mathbf{R}\mathbf{A}\tilde{\mathbf{A}}^H + \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{A}\mathbf{R}^H)) \end{aligned} \quad (30)$$

由于超参数  $a$ 、 $b$  的估计值不存在解析解, 通常采用迭代法对其进行求解。

通过求解  $\min_{\lambda \geq 0} \varphi(\lambda) = F([a_k, b_k] + \lambda d_k)$  来获得从  $[a_k, b_k]$  出发沿方向  $d_k$  的最优步长  $\lambda_k$ , 并得到后继迭代点  $[a_{k+1}, b_{k+1}] = [a_k, b_k] + \lambda_k d_k$ , 一般来说, 这种精确搜索的计算量很大, 尤其是当迭代点距离最优解较远时, 搜索效率低。所以, 本文在每次迭代

时有明显的下降量, 采用 Wolfe-Powell 非精确一维搜索方法进行估计, 步骤如下:

1) 初始化参数  $\lambda_k = \lambda_0$ ,  $\rho$ ,  $\sigma$ ,  $\alpha$ ,  $m_0 = 0$ ,  $n_0 = \infty$ , 且  $\rho \in (0, 1)$ ,  $\sigma \in (\rho, 1)$ ,  $\alpha > 1$ ;

2) While (true)

```

 $\varphi(\lambda_k) = F([a_k, b_k] + \lambda d_k)$ 
if  $\varphi(\lambda_k) \leq \varphi(0) + \rho \lambda_k \varphi'(0)$ 
  计算  $\varphi'(\lambda_k)$ 
  if  $\varphi'(\lambda_k) \geq \sigma \varphi'(0)$ 
    输出  $\varphi(\lambda_k)$ 
    break
  else  $m_{k+1} = \lambda_k$ ,  $n_{k+1} = n_k$ 
    break
else  $m_{k+1} = m_k$ ;  $n_{k+1} = \lambda_k$ 

```

### 3 仿真分析

为验证 SASBL 算法的性能, 设计了以下的仿真实验, 仿真条件设置为: 拖线阵基阵段阵元数  $N=200$ , 目标信号中心频率  $f_0=4\,000\text{ Hz}$ , 声速  $c=1\,500\text{ m/s}$ , 阵元按照处理信号的中心频率半波长为间距均匀布设, 2 个目标分别从  $30^\circ$  和  $45^\circ$  以  $2^\circ/\text{s}$  和  $1^\circ/\text{s}$  的角速度围绕畸变拖线阵做匀速圆周运动, 运动持续时间  $50\text{ s}$ , 假定拖线阵的畸变模型由原始状态  $y = f(x) = 0.015x^2 + 0.001x$  变为  $y = f(x) = 0.02x^2 + 0.001x$  再恢复至原始状态, 仿真平台在转向机动过程中拖线阵基阵段的阵形变化过程。得到仿真历程图结果如图 2-4 所示。

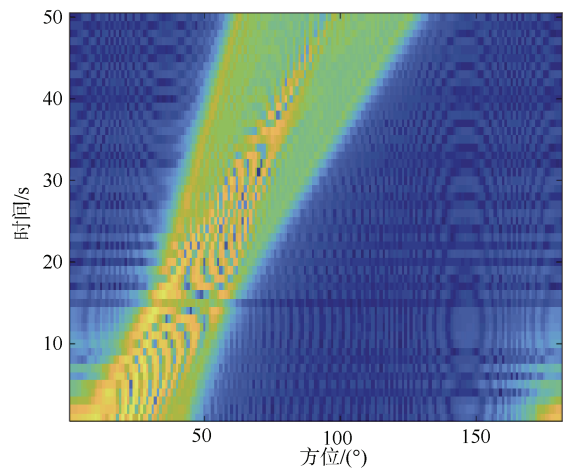


图 2 畸变后按直线阵形 CBF 处理结果

Fig. 2 Processing results of CBF according to linear array after distortion

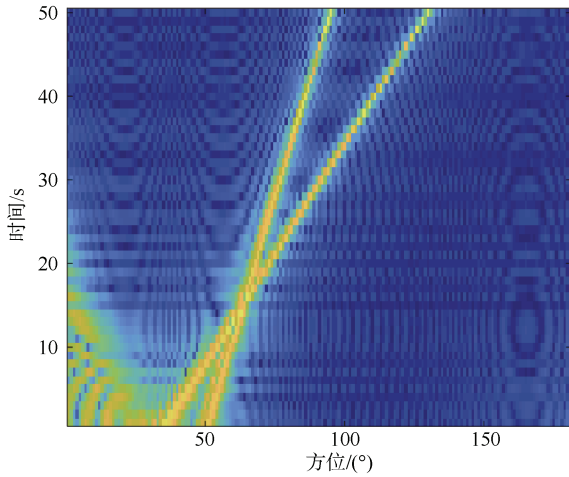


图3 已知阵元位置 CBF 处理

Fig. 3 Processing results of CBF according to known positions of array elements

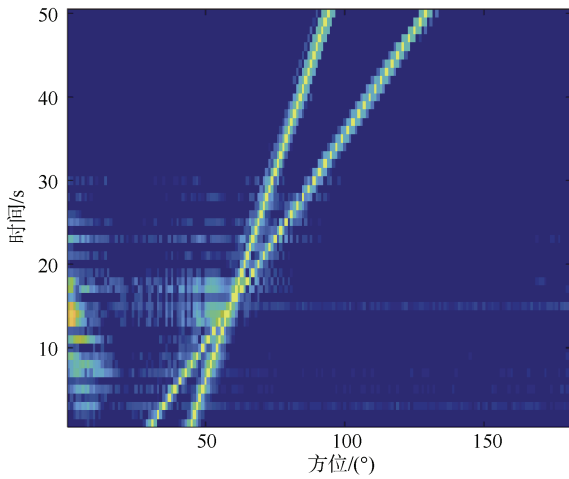
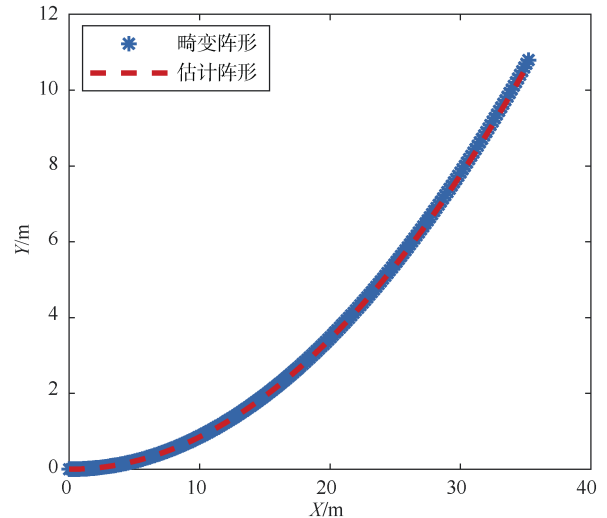


图4 SASBL 处理结果

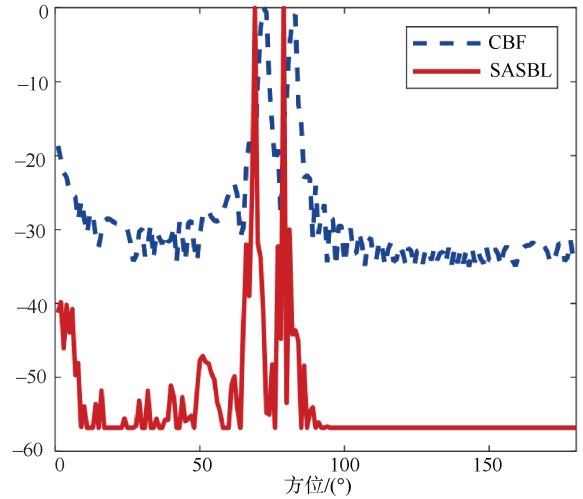
Fig. 4 Processing results of SASBL

图2-4分别是将畸变阵形按直线进行CBF,已知畸变阵形进行CBF和用SASBL算法处理后得到的结果。由图可以看出,在上述仿真条件下,若仍将畸变阵当作直线进行波束形成,不仅无法估计目标方位,甚至不能分辨目标个数;即使进行常规波束形成时已知畸变阵形,CBF性能也有所下降,而采用SASBL算法对目标方位进行估计时,可以精确地得到目标个数以及方位信息,而且其阵列处理增益远高于已知阵元位置的CBF算法。

以下再验证SASBL算法的阵形估计结果,图5-6展示了第25s和第50s的阵形估计结果和目标检测结果,图7表示50s时间内阵元位置估计误差的平均值。

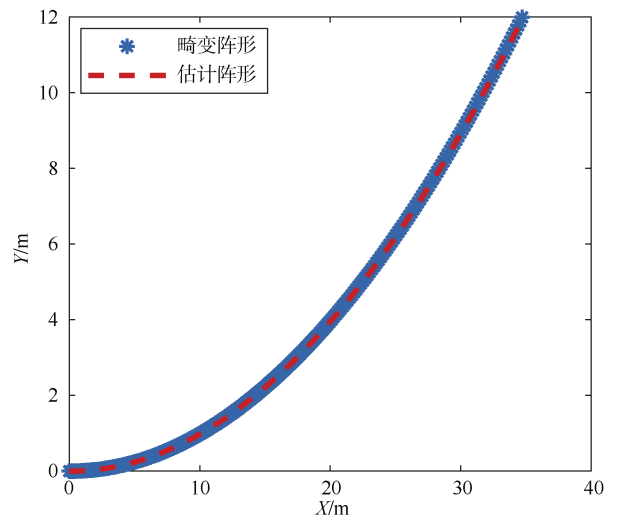


(a) 第25s阵形示意图



(b) 第25s目标方位估计结果

图5 第25s阵形和目标方位估计结果

Fig. 5 Array shape and target azimuth estimation results at 25<sup>th</sup> second

(a) 第50s阵形示意图



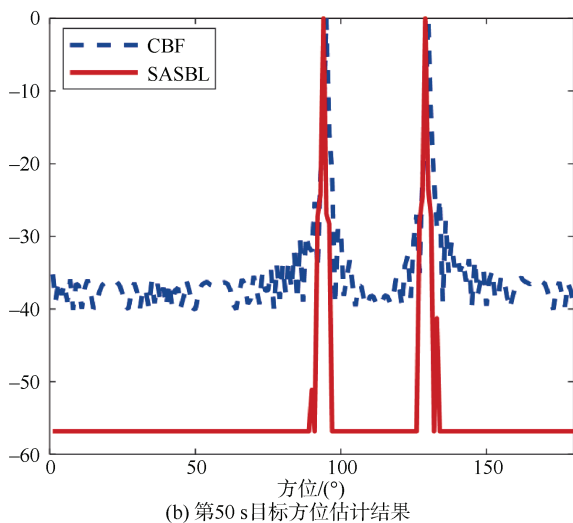


图6 第50 s 阵形和目标方位估计结果

Fig. 6 Array shape and target azimuth estimation results at 50<sup>th</sup> second

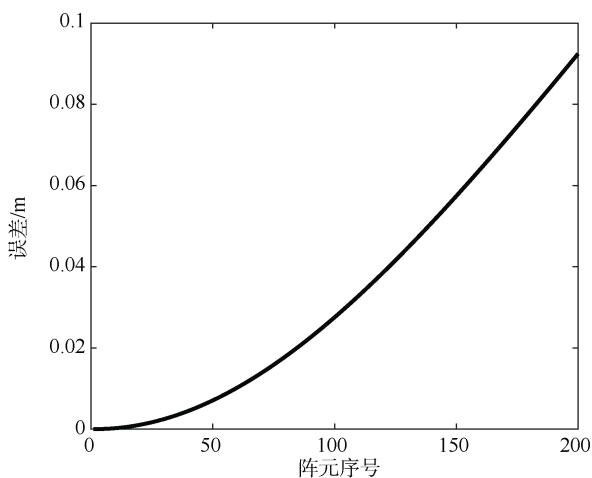


图7 阵元位置估计的平均误差

Fig. 7 Average error of array element position estimation

由图可以看出, SASBL 算法估计得到的阵形与理论阵形几乎完全重合, 由阵元位置平均误差来看, 虽然误差随阵元序号增大呈上升趋势, 但最大平均误差也在可接受范围内。由于算法采用了分段直线近似的思想, 在计算阵元位置坐标时, 又借助前向传播算法, 不可避免存在误差且逐渐累积。对于瞬时的目标方位估计结果, 可以看出在阵形畸变条件下, 已知阵元位置使用 CBF 和直接使用 SASBL 算法均能正确估计目标方位, 但 SASBL 算法的检测能力明显更好, 但其检测能力也会随着阵形畸变程度的增大而有所降低。

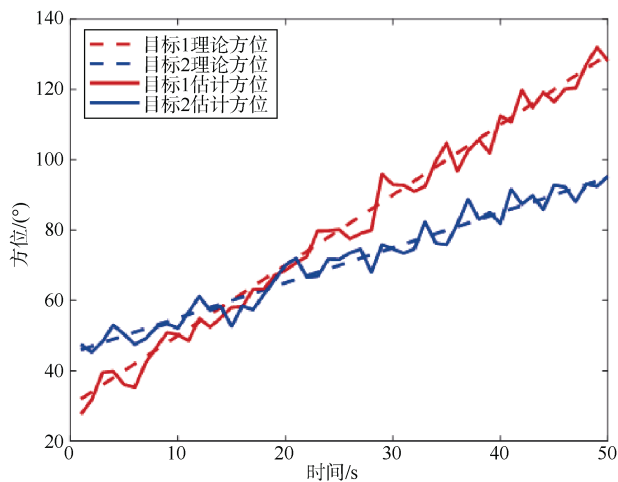


图8 SASBL 方法估计方位值与理论值对比图

Fig. 8 Comparison between estimated azimuth value using SASBL and theoretical value

对上述仿真结果进行统计分析, 使用 SASBL 算法对目标方位进行估计相比于已知阵元位置使用 CBF 算法估计目标方位, 在方位估计的准确度方面表现稍逊色, 有平均  $2.3^\circ$  左右的误差, 但最大误差不超过  $4^\circ$ ; 但在分辨力方面表现很好, 除了两个目标在同一方位时无法分辨外, 其它条件下均能分辨目标个数。

#### 4 结束语

本文提出了基于 SBL 的拖线阵畸变阵形和目标方位估计算法, 本算法将舰艇转向时的畸变阵形建模为抛物线形, 在 SBL 目标方位估计算法的基础上加入了阵形估计算法, 在阵形畸变时, 仅利用接收信号对畸变阵形和目标方位进行联合估计。仿真结果表明, 本文算法在阵形畸变时估计阵形和目标方位十分有效, 虽然在目标方位估计时存在误差, 但这样大小的误差在实际应用中是可接受的, 并且本文算法具有更好的目标检测能力和更高的分辨力。

#### 参考文献

- [1] CAPON J. High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis[J]. Proceedings of the IEEE, 1969, 57 (8): 1408-1418.
- [2] SCHMIDT R. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1986, 34 (3): 276-280.

- [3] 郝宇,邱龙皓,邹男,等. 无人平台自主探测声呐的发展现状和展望[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2021, 42(9): 1347-1354.
- [4] BILIK I. Spatial compressive sensing for direction-of-arrival estimation of multiple sources using dynamic sensor arrays[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2011, 47(3): 1754-1769.
- [5] KENNEDY R M, STRAHAN E S. A linear theory of transverse cable dynamics at low frequencies[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1981: 108091906.
- [6] 曹焱,王茂法. 拖曳线列阵水动力学建模及稳态偏航特性研究[J]. 声学及电子工程, 2009(2): 4-8.
- [7] 王世闯,王茂法,肖翔,等. 被动拖曳线列阵机动过程中的频域宽带波束形成[J]. 声学及电子工程, 2012(4): 5-9, 21.
- [8] 王世闯,王茂法,肖翔,等. 拖曳线列阵机动时的一种目标检测算法研究[J]. 声学学报, 2014, 39(4): 441-451.
- [9] 邱秀分,石文峰,孙春艳,等. 大孔径光纤拖曳线列阵阵形估计对目标测向精度的影响[J]. 舰船电子工程, 2016, 36(11): 44-48.
- [10] 鲁赫,马启明,周利生. 大孔径拖线阵阵形畸变问题分析与校正方法研究[J]. 声学及电子工程, 2018(1): 18-21, 41.
- [11] 滕月慧,曾赛. 被动拖曳线列阵阵形空间畸变估计算法[J]. 水下无人系统学报, 2018, 26(5): 503-509.
- [12] BUCKER H. Beamforming a towed line array of unknown shape[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1978, 63(5): 1451-1454.
- [13] 焦君圣. 本舰机动时拖曳阵的阵形估计及左右舷分辨方法[J]. 声学及电子工程, 2007, 88(4): 44-54.
- [14] GRAY D A, WOLFE W O, RILEY J L. An eigenvector method for estimating the position of the elements of an array of receivers[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1989, 89(2): 1421-1429.
- [15] 汪俊,吴立新,Jim Lynch,等. 一种基于时延估计的双辅助声源阵形校准方法[J]. 声学学报, 2007, 32(2): 165-170.
- [16] GEMBA K L, NANNURU S, GERSTOFT P, et al. Multi-frequency Sparse Bayesian Learning for robust matched field processing[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2017, 141(5): 3411-3420.
- [17] NANNURU S, KOOCHAKZADEH A, GEMBA K L, et al. Sparse Bayesian Learning for beamforming using sparse linear arrays[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2018144(5): 2719-2729.
- [18] GEMBA K L, NANNURU S, GERSTOFT P. Robust ocean acoustic localization with Sparse Bayesian Learning[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2019, 13(1): 49-60.
- [19] DAI J S, SO H C. Real-valued Sparse Bayesian Learning for DOA estimation with arbitrary linear arrays[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2021, 69: 4977-4990.
- [20] 王燕,赵磊,郝宁,等. 观测平台转向时稀疏贝叶斯学习方位估计[J]. 声学学报, 2022, 47(4): 432-439.

(责任编辑:张曼莉)