

水下电偶极子跟踪定位系统可观测性分析

喻 鹏, 程锦房, 张伽伟, 肖大为

(海军工程大学 兵器工程学院, 湖北 武汉 430033)

摘要 基于非线性系统可观测性分析理论, 分析了在单观测站条件下, 水下电偶极子跟踪定位系统的可观测性, 同时也在系统可观测的基础上分析了电偶极子的水平位置、垂直深度、电偶极子源强度对系统可观测度的影响。之后又研究了双观测站与单观测站条件下, 系统的可观测度差别, 及双观测站之间的距离对系统可观测度的影响。结果表明: 基于单观测站的水下电偶极子跟踪定位系统是可观测的, 且电偶极子水平位置和垂直深度的可观测度分别与水平和垂直电偶极子源强度大小相关; 双观测站系统的可观测度大于单观测站系统的可观测度, 但是双观测站之间的间距应参考目标电场辐射范围来确定。

关键词 电偶极子; 跟踪定位; 可观测性

中图分类号 TN953

文献标识码 A

文章编号 2096-5753(2021)01-0015-07

DOI 10.19838/j.issn.2096-5753.2021.01.003

Observability Analysis of Underwater Electric Dipole Tracking and Positioning System

YU Peng, CHENG Jinfang, ZHANG Jiawei, XIAO Dawei

(College of Weaponry Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract Based on the observability analysis theory of nonlinear systems, the observability of underwater electric dipole tracking and positioning system under a single observation station is analyzed. And on the basis that the system is observable, the influence of electric dipole's horizontal position, vertical depth and source intensity on the observability of the system is also analyzed. Then, the observability difference between two-station system and single station system is analyzed, as well as the influence of the distance between two stations on the system's observability. The results show that the underwater electric dipole tracking and positioning system based on a single observation station is observable, and the observabilities of the horizontal position and vertical depth of the electric dipole are respectively related to the magnitudes of the source intensity of horizontal and vertical electric dipole. The observability of a two-station system is greater than that of a single-station system, but the distance between the two stations should be determined by the target's electric field radiation range.

Key words electric dipole; tracking and positioning; observability

0 引言

源于舰船腐蚀、防腐电流的水下电场信号是舰船目标的重要暴露源^[1-2], 可基于目标自身的电场矢量信息对目标进行定位, 具体应用算法主要有解

析反演和滤波估值^[3-4]。

解析反演法即利用目标电场的信息, 采用矢量计算的方式直接求出目标的位置信息, 具有计算小, 实时性好的特点, 但受噪声和模型误差影响较大。目前更为有效的方式是滤波估值法, 其主要是

基于贝叶斯滤波框架, 将目标定位问题建模为基于贝叶斯理论的最优估计问题。也就是基于观测方程和状态方程对目标实际状态不断进行最优估计, 从而获取目标位置、速度、航向等信息, 主要算法有卡尔曼滤波和粒子滤波以及它们的衍生算法。如文献[4]和[5]将扩展卡尔曼滤波算法 (EKF, Extended Kalman Filter) 应用于船舶的静电场跟踪, 之后文献[6]又研究了电场传感器阵列的排列方式和传感器数量对电场目标跟踪误差的影响。文献[7]是基于 GLRT (Generalised Maximum Likelihood Ratio Test) 和蒙特卡洛准则, 利用水下电场信息对目标位置、航向角等状态的估计。

可以看出, 上述文献重点是从算法应用方面评估电场跟踪的效果, 但是这种跟踪效果受环境噪声强度、观测站数量、目标模型误差等因素影响较大。为了从理论上分析不同参数对跟踪效果的影响, 本文基于可观测分析理论, 对单观测站条件下的电偶极子跟踪系统的可观测性和不同参数的可观测度进行分析, 之后也对比了双观测站与单观测站在可观测度上的差异。(注意, 对于潜艇等水下目标的电场特征, 国内外普遍采用电偶极子模型的对其电场分布进行建模^[8-9], 所以文中在进行可观测性分析时, 将目标等效为电偶极子模型。)

1 可观测分析理论

由于观测方程是非线性的, 所以根据 Lee 和 Dum 等人提出的可观测定理进行分析^[10]。

针对如式(1)所示的系统, 其中: t 为时间; $x(t)$ 为 t 时刻目标状态; $x(t')$ 为 t 时刻的下一时刻 t' 对应的目标状态; $x(t_0)$ 则为 t_0 时刻目标状态, 该时刻对应目标初始状态 x_0 ; $f(x(t), t)$ 为目标状态更新函数; $h(x(t), t)$ 为观测方程对应的函数, 即由状态量求出观测量。

$$\begin{cases} x(t') = f(x(t), t); x(t_0) = x_0 \\ y(t) = h(x(t), t) \end{cases} \quad (1)$$

如果对于凸集 $S \in R^n$ 上所有 x_0 , 如果都能够使得式(2)是正定的, 则系统在 S 上是完全可观测的。

$$M(x_0) = \int_{t_0}^t \Phi^T(\tau, t_0) H^T(\tau) H(\tau) \Phi(\tau, t_0) d\tau \quad (2)$$

其中

$$H(t) = \frac{\partial h(x, t)}{\partial x}, \Phi(\tau, t_0) = \frac{\partial f(x, t)}{\partial x} \quad (3)$$

对于离散系统, 上述结论可等价为^[10-11]: 对于初始集合 S 中的矢量 X_k , 记 Gramer 矩阵如式(4)所示。其中: k 为离散时间变量; Φ 为状态转移矩阵。

$$\Gamma(k, k+N-1) = [H_k \ H_{k+1} \Phi \ \dots \ H_{k+N-1} \Phi^{N-1}] \quad (4)$$

其中 Jacobi 阵 H_k 具有如下形式

$$H_{k+i} = \frac{\partial h(X_{k+i})}{\partial X_k} \quad (5)$$

如果存在正整数 N , 使得 $\text{rank}(\Gamma(k, k+N-1)) = n$ 。 $\text{rank}(\cdot)$ 代表求矩阵的秩; n 为状态变量的维度, 则系统在 S 上是完全可观测的。

另外, 为了度量系统受噪声影响的程度, 在系统可观测的基础上, 应该估计系统的可观测度大小, 可观测度越大, 该状态量更容易估计。基于牛顿迭代解法, 可知状态估计的协方差为

$$\text{cov}(X_k - \hat{X}_k) = (\Gamma^T R^{-1} \Gamma)^{-1} \quad (6)$$

因为 $\det(\Gamma^T R^{-1} \Gamma)^{-1}$ 是状态不确定的超椭球体的量度, 因此 $|\det(\Gamma)|$ 可视为具有准确性度量的性质, 故可根据 $|\det(\Gamma)|$ 的大小来评估系统的可观测度^[12]。

2 目标电场跟踪模型建立

由于空气和海床的电导率远低于海水电导率, 在浅海环境或者靠近海面、海床附近位置, 应该考虑界面反射对水下电场传播带来的影响^[13]。但是由于这里只是对系统的可观测性进行分析, 如果考虑界面反射带来的影响会导致运算量大幅增加, 并且由界面反射在测量点所产生的电场只占总场中的较小部分。所以本节在进行可观测分析时, 将电场传播模型近似为单层介质模型, 即不考虑界面反射带来的影响, 该近似对系统的可观测性分析影响较小。

对于水下目标, 可将其等效为电偶极子模型, 定义水平方向和垂直方向的电偶极子源强度分别为 P_h 和 P_v 。考虑到目标常规运动状态, 这里假设目标在水中固定深度进行匀速直线运动, 所以系统

状态量为

$$X = [x, y, z, v_x, v_y, P_h, P_v]^T \quad (7)$$

式中: (x, y, z) 为目标的坐标; v_x, v_y 分别为目标沿 x 轴、 y 轴方向的速度, 由于运行深度不变, 所以无垂直方向的速度; T 为每次进行状态估计的时间间隔, 系统状态方程为

$$X_{k+1} = \Phi X_k \quad (8)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & TI_{2 \times 2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_{4 \times 4} & \end{bmatrix} \quad (9)$$

根据电偶极子电场分布模型^[14], 可知测量点(即观测站)位置处的电场应该为水平电偶极子源强度和垂直电偶极子源强度在该测量点产生的电场矢量和, 设定测量点坐标为 $(0, 0, h)$, 则该位置处的电场如式 (10) – (12) 所示。

$$E_x = \frac{P_h \cos(\theta)}{4\pi\sigma} \left(\frac{3x^2 - D^2}{D^5} \right) - \frac{P_h \sin(\theta)}{4\pi\sigma} \left(\frac{3xy}{D^5} \right) + \frac{P_v}{4\pi\sigma} \left(\frac{3x(z-h)}{D^5} \right) \quad (10)$$

$$E_y = \frac{P_h \sin(\theta)}{4\pi\sigma} \left(\frac{3x^2 - D^2}{D^5} \right) + \frac{P_h \cos(\theta)}{4\pi\sigma} \left(\frac{3xy}{D^5} \right) + \frac{P_v}{4\pi\sigma} \left(\frac{3y(z-h)}{D^5} \right) \quad (11)$$

$$\Gamma(k, k+1, k+2) = \left[\frac{dE_x^k}{dX} \quad \frac{dE_y^k}{dX} \quad \frac{dE_z^k}{dX} \quad \frac{dE_x^{k+1}}{dX} \Phi \quad \frac{dE_y^{k+1}}{dX} \Phi \quad \frac{dE_z^{k+1}}{dX} \Phi \quad \frac{dE_x^{k+2}}{dX} \Phi \right]^T \quad (15)$$

尽管观测方程已经化简, 但是在求解 Γ 的秩时仍然运算量很大, 这里借助数学工具 Mathematica 软件进行求解, 运行结果显示 $\text{rank}(\Gamma) = 7$, 初步判定系统具有可观测性。为了更加直观地判定系统是否可观测和其可观测度, 这里采用计算行列式 $|\det(\Gamma)|$ 的方法, 当 $|\det(\Gamma)| \neq 0$ 即可判定系统是完全可观测的, 且 $|\det(\Gamma)|$ 越大, 可观测度越高。

由于未知参数较多, 这里采用假设已知部分参数, 研究其余参数变化时 $|\det(\Gamma)|$ 的变化规律的方法, 来确定目标(即电偶极子源)不同水平位置、垂直深度、水平和垂直电偶极子源强度对系统可观测度的影响, 分析结果如下所述。

$$E_z = \frac{P_h}{4\pi\sigma} \left(\frac{3x(z-h)}{D^5} \right) + \frac{P_v}{4\pi\sigma} \left(\frac{3(z-h)^2 - D^2}{D^5} \right) \quad (12)$$

式中: σ 为海水电导率; θ 为目标运动方位角; D 为测量点与电偶极子目标之间的直线距离。

$$\theta = \arctan\left(\frac{v_y}{v_x}\right) \quad (13)$$

$$D = \sqrt{x^2 + y^2 + (z-h)^2} \quad (14)$$

另外在计算时, 将电偶极子视为稳恒点电源, 即电偶极子源强度 $P = I \cdot L$, I 为 2 个点电极之间的等效稳恒电流, L 为 2 个点电极之间的间距, 对于水平和垂直电偶极子源强度 P_h 和 P_v , 他们的大小可根据实际舰船的电场源强度进行设定。

3 基于单观测站的水下电偶极子跟踪可观测性分析

根据第 2 节的系统模型, 可以看出状态方程为 7 维, 而观测方程为 3 维, 所以至少需要进行 3 次观测(即 $N=3$), 才可能使 Γ 满秩, 其中第 3 次观测时只需利用观测量 E_x 。所以计算得到 Gramer 矩阵具有如下形式, 其中 $E_x^{k+i}, E_y^{k+i}, E_z^{k+i}$ 分别代表 $k+i$ 时刻的电场三分量值。

3.1 目标水平位置对可观测度的影响

按照实际情况, 设定除水平位置 x, y 以外参数的值, $P_h = 100 \text{ A} \cdot \text{m}$, $P_v = 20 \text{ A} \cdot \text{m}$, $h = 100 \text{ m}$, $z = 120 \text{ m}$, $v_x = 2 \text{ m/s}$, $v_y = 2 \text{ m/s}$, $T = 1 \text{ s}$ 。得到如图 1 所示的 $|\det(\Gamma)|$ 与 x, y 的关系图, 由于不同位置对应的 $|\det(\Gamma)|$ 差异很大, 所以文中所有图的纵坐标均按对数进行显示。对于图中 $\log(|\det(\Gamma)|)$ 的量级, 由于缺少可观测度绝对评估标准, 其绝对值不具有意义, 而只需关注其相对变化值, 后文也依照此原则进行对比分析。

由图 1 可以看出不同水平位置 x, y 对应的 $|\det(\Gamma)|$ 值是不一致的, 在靠近 $(0, 0)$ 位置附近,

$|\det(\Gamma)|$ 较大, 也就是说目标越靠近观测站, 系统的可观测度越高, 这与实际实验结果是一样的。另外, 也可以看出系统的可观测度并不是随着距离减小而线性增加, 其变化率是趋近于指数增加, 即目标越靠近观测站, 其系统可观测度增加越迅速。

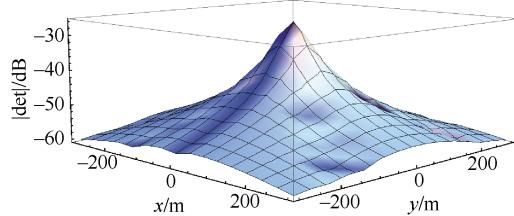


图 1 不同水平位置 (x, y) 对应的 $|\det(\Gamma)|$

Fig. 1 Corresponding $|\det(\Gamma)|$ of different horizontal locations (x, y)

3.2 目标垂直深度对可观测度的影响

设定除 x, z 以外参数的值, $P_h = 100 \text{ A} \cdot \text{m}$, $P_v = 20 \text{ A} \cdot \text{m}$, $h = 100 \text{ m}$, $y = 50 \text{ m}$, $v_x = 2 \text{ m/s}$, $v_y = 2 \text{ m/s}$, $T = 1 \text{ s}$ 。得到如图 2 所示的 $|\det(\Gamma)|$ 与 x, z 的关系图, 注意这里也进行了不同 y 值情况下的仿真计算, 得到的结果与图 2 所得的趋势是一致的, 所以图 2 具有一定的普适性。

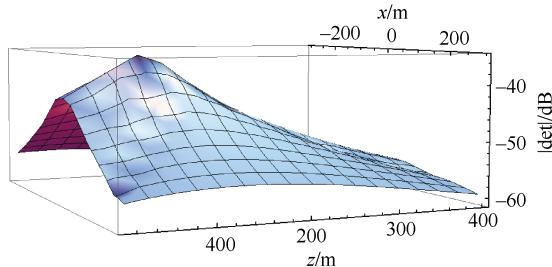


图 2 $P_h > P_v$ 情况下不同 x, z 值对应的 $|\det(\Gamma)|$

Fig. 2 Corresponding $|\det(\Gamma)|$ of different locations (x, z) when $P_h > P_v$

由图 2 可以看出在 $x=0$, $z=100 \text{ m}$ 位置处, $|\det(\Gamma)|$ 最大, 也即目标越靠近观测站系统可观测度越高。单独分析 x 轴和 z 轴变化对 $|\det(\Gamma)|$ 的影响, 定义 $z=100 \text{ m}$ 时, x 由 0 增大至 300 m 产生的 $|\det(\Gamma)|$ 衰减值为 $\Delta|\det(\Gamma)|_x$, $x=0$ 时, z 由 100 m 增大至 400 m 产生的 $|\det(\Gamma)|$ 衰减值为 $\Delta|\det(\Gamma)|_z$,

即对比在水平和垂直方向上同样距离对 $|\det(\Gamma)|$ 的影响, 由图 2 可以看出 $\Delta|\det(\Gamma)|_x$ 小于 $\Delta|\det(\Gamma)|_z$, 经过分析发现这是由 P_h 大于 P_v 导致的, 因为电偶极子源强度水平分量大于垂直分量, 导致 $|\det(\Gamma)|$ 在水平方向上衰减小于垂直方向上。为进一步验证, 将 P_h 和 P_v 均设定为 $100 \text{ A} \cdot \text{m}$ 时, 结果显示 $|\det(\Gamma)|$ 在水平方向和垂直方向上的衰减速度基本是一致的, 说明水平位置和垂直深度的可观测度分别与水平和垂直电偶极子源强度相关。

3.3 目标电偶极子源强度对可观测度的影响

研究电偶极子源强度总强度、水平和垂直电偶极子源强度相对大小对系统可观测度的影响。仍然在 3.1 节的基础上, 通过改变水平和垂直电偶极子源强度的大小, 分析 $|\det(\Gamma)|$ 的变化。图 3 为将水平和垂直电偶极子源强度均增大为原来的 10 倍时对应的 $|\det(\Gamma)|$ 值减去原始 $|\det(\Gamma)|$ 值得到的 $\Delta|\det(\Gamma)|$, 由于 $\Delta|\det(\Gamma)|$ 变化范围较大, 所以图中纵坐标为 $\Delta|\det(\Gamma)|$ 的对数值, 当 $\Delta|\det(\Gamma)| < 0$ 时图中应为空白。

可以看出随着电偶极子源强度增大, 系统的可观测性是增大的。另外, 通过 $|\det(\Gamma)|$ 的计算公式也可以看出, $|\det(\Gamma)|$ 与电偶极子源强度成明显的正比例关系, 所以增大电偶极子源强度强度, $|\det(\Gamma)|$ 必然增大。

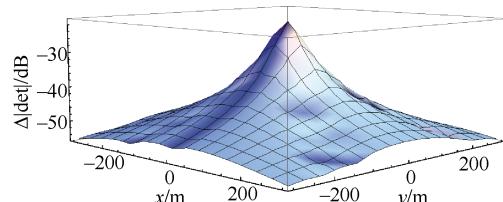
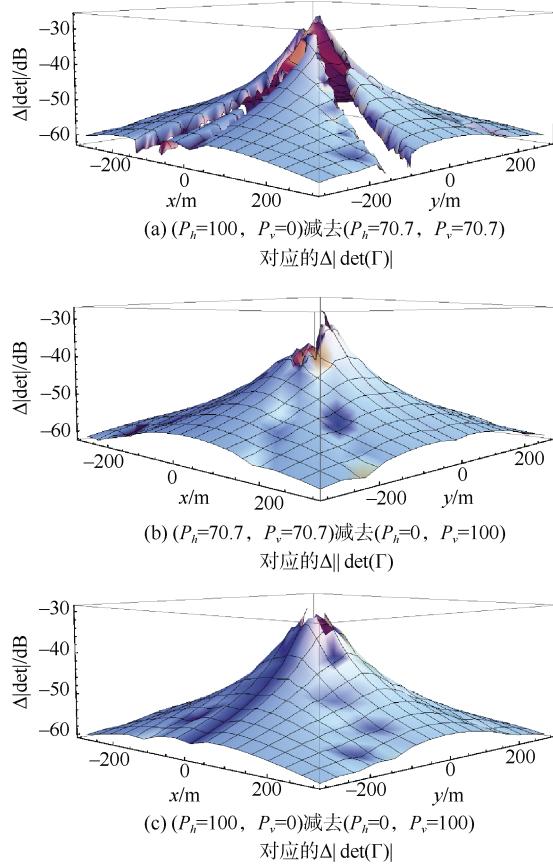


图 3 电偶极子源强度增大时对应的 $\Delta|\det(\Gamma)|$

Fig. 3 Corresponding $\Delta|\det(\Gamma)|$ when electric dipole source intensity is increasing

改变 P_h 和 P_v 的大小, 同时确保 $(P_h^2 + P_v^2)$ 保持不变, 研究水平和垂直电偶极子源强度分布对系统可观测性的影响, 这里设定 (P_h, P_v) 分别等于 $(100, 0)$, $(70.7, 70.7)$, $(0, 100)$ $\text{A} \cdot \text{m}$, 计算他们对应的 $|\det(\Gamma)|$ 差值, 如图 4 所示。

图 4 电偶极子源强度对 $|\det(\Gamma)|$ 的影响Fig. 4 Effects of electric dipole's source intensity on $|\det(\Gamma)|$

由图 4 (a) – (c) 可以看出, 当电偶极子源强

$$\Gamma(k, k+1) = \begin{bmatrix} \frac{dE_{x1}^k}{dX} & \frac{dE_{y1}^k}{dX} & \frac{dE_{z1}^k}{dX} \\ \frac{dE_{x2}^{k+1}}{dX} & \frac{dE_{y2}^{k+1}}{dX} & \frac{dE_{z2}^{k+1}}{dX} \end{bmatrix} \Phi$$

为便于计算, 这里设定观测站 2 的坐标为 $(d, 0, h)$, 2 个观测站之间的距离为 d (观测站 1 的位置仍为 $(0, 0, h)$)。所以这里的观测方程与单观测站的观测方程是一样的, 只需在计算观测站 2 的测得的电场时, 要将观测站的坐标改为 $(d, 0, h)$, 这里省略计算过程。

由于第 3 节已经分析了目标位置和偶极子源强度对可观测度的影响, 所以这里只选取典型的目标运动特征参数, 分析单、双观测站的可观测度差异以及双观测站之间的间距 d 对可观测度的影响。

4.1 双观测站相比单观测站的可观测度

设定 $P_h = 100 \text{ A} \cdot \text{m}$, $P_v = 20 \text{ A} \cdot \text{m}$, $h = 100 \text{ m}$, $z = 120 \text{ m}$, $v_x = 2 \text{ m/s}$, $v_y = 2 \text{ m/s}$, $T = 1 \text{ s}$ 。之后

度逐渐由水平分量转换为垂直分量时, 会导致观测站附近的可观测度降低 (图中空白区域代表 $\Delta|\det(\Gamma)| < 0$), 而在其他较远位置, 可观测度增加。说明电偶极子源强度水平分量和垂直分量增大对不同水平位置的可观测度影响是不一致的, 其中电偶极子源强度水平分量增大能够在较大范围内增大系统的可观测度, 而电偶极子源强度垂直分量增大只会在目标贴近观测站时增大系统的可观测度。另外, 为分析目标垂直深度 z 对 $\Delta|\det(\Gamma)|$ 的影响, 也在不同深度 z 进行和图 4 (a) – (c) 一样的仿真计算, 也得到近似的结果, 只是目标与观测站的垂直距离越小, 图 4 (a) – (c) 中心的空白区域越大。

4 基于双观测站的水下电偶极子跟踪可观测性分析

相比于单观测站, 双观测站跟踪系统的观测维度由 3 维增加到 6 维, 而它们的状态方程是一致的。所以对于状态量为 7 维的跟踪系统, 只需进行 2 次观测 (即 $N=2$), 其中第 2 次观测时只利用观测量 E_x 即可。所以计算得 Gramer 矩阵如式 (16) 所示, 其中 E_{x1}^{k+i} , E_{y1}^{k+i} , E_{z1}^{k+i} 分别代表 $k+i$ 时刻的观测站 1 的电场三分量值, 而 E_{x2}^{k+i} , E_{y2}^{k+i} , E_{z2}^{k+i} 则分别代表观测站 2 对应的电场值。

$$\frac{dE_{x2}^k}{dX} \quad \frac{dE_{y2}^k}{dX} \quad \frac{dE_{z2}^k}{dX} \quad \frac{dE_{x1}^{k+1}}{dX} \Phi \quad (16)$$

设定双观测站之间的间距 d , 这里首先设定 d 为一较小值 $d=2 \text{ m}$ 。分别计算基于单观测站和双观测站系统的可观测度, 同时用后者减去前者得到可观测度的差值 $\Delta|\det(\Gamma)|$, 图 5 (a) 所示。

可以看出, 图 5 (a) 中部分区域是空白的即对应 $\Delta|\det(\Gamma)| < 0$, 部分区域非空白即对应 $\Delta|\det(\Gamma)| > 0$, 说明在双观测站间距较近的情况下, 双观测站的可观测不一定大于单观测站。主要是由于双观测站之间距离太近, 2 个观测站所获取的目标信息基本一致, 可观测度并不能明显增加。

所以继续增大双观测站之间的距离 d , 使 $d=15 \text{ m}$, 得到如图 5 (b) 所示的 $\Delta|\det(\Gamma)|$ 差值, 可以看出增大双观测站之间的间距后, 其系统可观

测度在整个水平范围内均大于单观测站对应的系统可观测度。

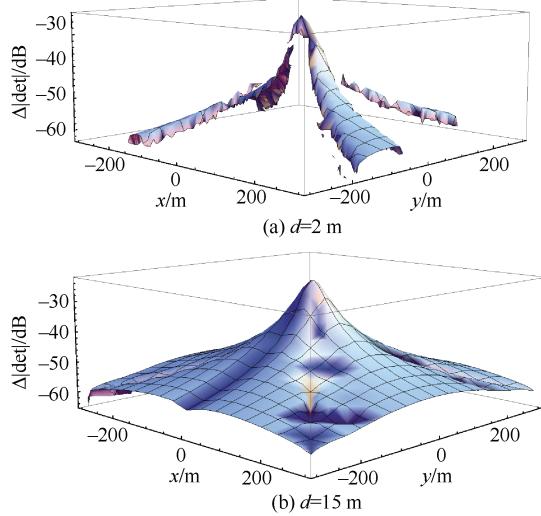


图 5 双观测站减去单观测站对应的 $|\det(\Gamma)|$

Fig. 5 Corresponding $\Delta|\det(\Gamma)|$ when double observation station minus single observation station

4.2 双观测站之间的间距对可观测度的影响

由图 5 可以看出增大双观测站之间的间距,能够一定程度增大系统的可观测度,为进一步研究双观测站之间的间距 d 对可观测度的影响,进行如下计算。设定双观测站的间距 d 分别等于 10 m、20 m、50 m、100 m,以 $d=10$ m 对应的 $|\det(\Gamma)|$ 作为基准,依次用其他间距对应的 $|\det(\Gamma)|$ 减去该基准,研究 $\Delta|\det(\Gamma)|$ 与 d 之间的关系如图。

由图 6 (a)–(c)可以看出,随着 d 逐渐增大,在观测站附近出现的空白区域也逐渐增大,说明随着 d 逐渐增大,会导致观测站附近的系统可观测度降低,而在其他较远区域的系统可观测度增大。这一点也可以这样理解,由于 2 个观测站之间距离较大,当目标逐渐靠近观测站时,必然会导致此时两个观测站所获取的信号强度低于观测站间距较小对应的接收信号强度,那么其系统可观测度必然降低。所以在实际选择观测站之间的间距时,需要根据目标信号的辐射区域强度进行选择。注意图 6 中的空白区域不在图像正中央是因为双观测站并不是关于原点对称,而是观测站 1 始终位于原点位置。

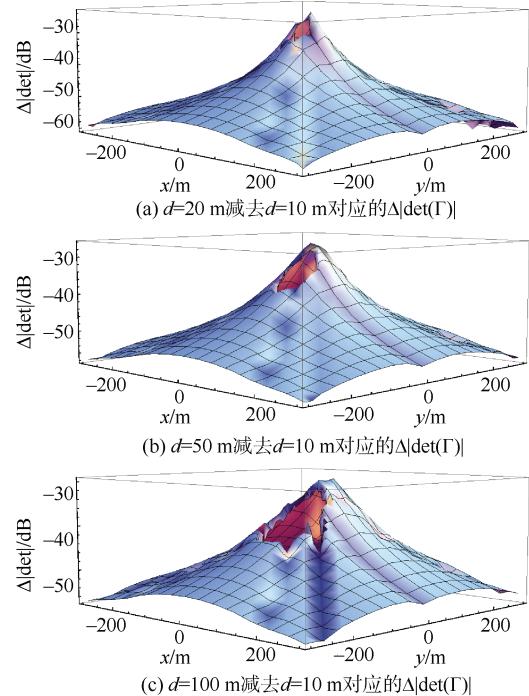


图 6 不同观测站间距 d 对应的 $\Delta|\det(\Gamma)|$

Fig. 6 $\Delta|\det(\Gamma)|$ corresponding to different distances between two observation stations

5 结束语

基于可观测分析理论,分析了单观测站条件下的水下电偶极子跟踪定位系统的可观测性,以及电偶极子水平位置、垂直深度和电偶极子源强度的对系统可观测度的影响。之后也对比了双观测站与单观测站可观测度的差异,以及双观测站间距对可观测度的影响。

综合上述可观测分析,可得到如下结论: 1) 基于单观测站的电偶极子源跟踪定位系统是可观测的,电偶极子越靠近观测站,系统的可观测度越高; 2) 目标水平位置 x , y 与垂直深度 z 的可观测度与水平、垂直电偶极子源强度大小分布正相关,当垂直电偶极子源强度小于水平电偶极子源强度时,目标的深度信息可观测度要低于水平位置信息,所以对于实际水下目标(垂直电偶极子源强度只占目标等效电偶极子源强度较小一部分),目标垂直深度估计比水平位置估计难度更大; 3) 双观测站系统的可观测度大于单观测站系统的可观测度,但是必须保证双观测站之间的间距较为合适,

当双观测站之间的间距过大时, 会导致靠近观测站附近的系统可观测度降低。

参考文献

- [1] 林春生, 龚沈光. 舰船物理场[M]. 2 版. 北京: 兵器工业出版社, 2007.
- [2] SCHAEFER D, DOOSE J, RENNINGS A, et al. Numerical Analysis of propeller-induced low-frequency modulations in underwater electric potential signatures of naval vessels in the context of corrosion protection systems[C] // COMSOL Conference. Netherlands : COMSOL, 2013.
- [3] 张伽伟, 喻鹏, 姜润翔, 等. 基于舰船电场的目标跟踪方法研究[J]. 兵工学报, 2020, 41 (3): 559-566.
- [4] YU P, CHENG J F, ZHANG J W, et al. Ship target tracking using underwater electric field[J]. Progress in Electromagnetics Research, 2019, 86: 49-57.
- [5] 孙保全, 颜冰, 姜润翔, 等. 船舶静电场在船舶跟踪定位中的应用[J]. 水下无人系统学报, 2018, 26 (1): 57-62.
- [6] 孙保全. 基于电场传感器阵列的舰船目标跟踪技术[D]. 武汉: 海军工程大学, 2018.
- [7] DONATI R, LECADRE J P. Detection of oceanic electric fields based on the generalized likelihood ratio test (GLRT) [J]. IEEE Proceedings-Radar, Sonar and Navigation, 2002, 149 (5): 221-230.
- [8] 陈聪, 龚沈光, 李定国. 基于电偶极子模型的腐蚀防腐相关静态磁场研究[J]. 兵工学报, 2010, 31 (1): 113-118.
- [9] KIM Y S. Influence of a simulated deep sea condition on the cathodic protection and electric field of an underwater vehicle[J]. Ocean Engineering, 2018, 148: 223-233.
- [10] Fogel E, Gavish M. Nth-order dynamics target observability from angle measurements[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1988, 24 (3): 305-308.
- [11] 郭福成, 孙仲康. 方向角及其变化率的单站无源定位的可观测性[J]. 系统工程与电子技术, 2002, 24 (9): 30-32.
- [12] 冯道旺, 李宗华, 周一宇, 等. 一种单站无源定位方法及其可观测性分析[J]. 国防科技大学学报, 2004 (1): 68-71.
- [13] FRASER-SMITH A C, BUBENIK D M. Compendium of the ULF/ELF electromagnetic fields generated above a sea of finite depth by submerged harmonic dipoles[R]. Stanford: STANFORD UNIV CA Stanford Electronics Labs, 1980.
- [14] JONES D L, BURKE C P. The DC field components of horizontal and vertical electric dipole sources immersed in three-layered stratified media[C]//Annales Geophysicae Conference. Germany: European Geosciences Union, 1997.

(责任编辑: 张曼莉)