

基于分数阶傅里叶变换的水下目标速度估计

谢砚同, 彭圆, 张风珍, 张钊辉, 曹琳
(水下测控技术重点实验室, 辽宁 大连 116013)

摘要 在高斯白噪声背景下, 匹配滤波器作为线性调频信号的最优检测器, 在水声信号处理中被广泛应用。当发射信号为线性调频信号时, 由水下目标径向速度引起的多普勒频移会造成回波和样本之间失配, 使匹配滤波器的检测性能下降, 增加了目标速度估计的难度。利用分数阶傅里叶变换对于线性调频信号的聚焦特性, 提出了应用分数阶傅里叶变换的水下运动目标线性调频回波检测算法, 完成对目标速度的估计, 推导目标运动速度与分数阶傅里叶变换阶数之间的关系, 并对测量结果进行误差分析。仿真测试表明, 该算法可有效地估计混响背景下的目标径向速度, 且具有良好的估计性能。

关键词 匹配滤波器; 线性调频信号; 分数阶傅里叶变换; 径向速度

中图分类号 TB556 文献标识码 A

Underwater Target Velocity Estimation Based on Fractional Fourier Transform

XIE Yantong, PENG Yuan, ZHANG Fengzhen, ZHANG Zhaojun, CAO Lin
(Science and Technology on Underwater Test and Control Laboratory, Dalian 116013, China)

Abstract Under white Gaussian noise background, matched filters are the best detectors for LFM signals and are widely used in underwater acoustic signal processing. When the transmitted signal is a LFM signal, the Doppler shift caused by the radial velocity of the underwater target will cause a mismatch between the echo and the sample, which will degrade the detection performance of the matched filter and increase the difficulty of estimating the target velocity. Using the FRFT to focus on the LFM signal, an underwater moving target LFM echo detection algorithm using FRFT is proposed to estimate the target velocity and derive the relationship between the target motion velocity and fractional Fourier transform order, and perform error analysis on the measurement results. Simulation tests show that the proposed algorithm can effectively estimate the target radial velocity in the reverberation background and has good estimation performance.

Key words matched filter; LFM signal; FRFT; radial speed

0 引言

信号特征是水下目标信号检测和识别的主要依据。目标运动特征是主动声呐目标识别中一个重要特征, 利用它可以区分运动和静止目标, 其中目标的径向运动速度又是运动特征的主要体现, 目标的径向速度估计是水下信息处理的重要研究内

容之一。常用的发射信号之一是线性调频信号, 即 chirp 信号^[1]。对径向速度为 v 的动目标线性调频回波信号进行匹配滤波检测, 只有选取相同径向速度的样本信号才能获取最优检测效果。当目标径向速度 v 未知时, 通常选取零径向速度样本信号进行匹配滤波处理, 会导致检测性能降低^[2]。

分数阶傅里叶变换(FRFT)是一种广义的傅里叶变换, 对于线性调频信号具有良好的聚焦特

性,并且线性调频信号的调频率与分数阶傅里叶变换的阶数相对应^[3]。由于目标的径向速度将会引起回波尺度的变化,从而使线性调频频回波信号的调频率发生变化。本文根据分数阶傅里叶变换的尺度特性以及其对于线性调频信号的聚焦特性,提出一种基于分数阶傅里叶变换的动目标径向速度估计方法。

1 分数阶傅里叶变换

分数阶傅里叶变换作为傅里叶变换的广义形式,最早由 Namias^[4]提出,其是将待分析信号的时频结构按一定角度进行旋转,对于线性调频信号,通过选择合适的角度,即当选择角度与信号匹配时,就可以得到一个冲击信号。

相当于将信号的时频分布在旋转后的频率轴 u 上投影,若旋转角度合适,其能量在 u 轴的对应点聚焦,就可得到 LFM 信号能量高度集中的分数阶 Fourier 域分布,如图 1 所示。而当选择角度与信号不匹配时,依然变换为广义的线性调频信号。可根据 LFM 信号在某一分数阶 Fourier 域的聚焦性来检测和识别 LFM 信号。

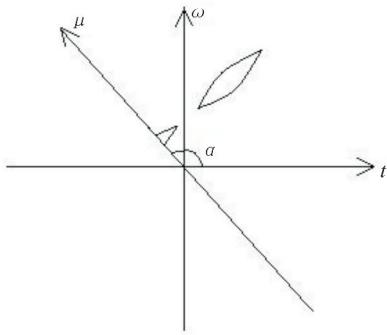


图 1 分数阶傅里叶变换进行 LFM 信号检测的基本原理

Fig. 1 Basic principle of LFM signal detection based on FRFT

信号 $x(n)$ 的 p 阶 FRFT 定义如下:

$$X_p(t) = \{F^p[x(t)]\} = \int_{-\infty}^{\infty} K_a(t, u)x(u)du \quad (1)$$

式中, $a = p\pi/2$ 定义为 FRFT 的旋转角度, FRFT 的核函数 $K_a(t, u)$ 定义为

$$K_a(t, u) =$$

$$\begin{cases} A_a[\exp[j\pi(t^2 \cot \alpha + u^2 \cot \alpha - 2ut \csc \alpha)], \\ \alpha \neq k\pi \\ \delta(t-u), \\ \delta(t+u), \\ \alpha = 2k\pi \\ \alpha = (2k+1)\pi \end{cases} \quad (2)$$

其中

$$A_a = \exp[-j\pi \operatorname{sgn}(\sin \alpha)/4 + ja/2]/|\sin \alpha|^{1/2} \quad (3)$$

称为幅度因子。

FRFT 的几个重要特性^[5] 如下:

- 1) 周期性: $F^{4l+p}x(t) = F^p x(t)$, 其中 l 为整数;
- 2) 可逆性和酉性: $(F^p)^{-1} = F^{-p} = (F^p)^+$, 其中 “+” 代表核函数共轭变量转置;
- 3) 交换性和叠加性: $F^{p_1}F^{p_2} = F^{p_2}F^{p_1} = F^{p_1+p_2}$;
- 4) 特殊性: $F^0 x(t) = x(t)$; $F^1 x(t) = \text{FT}[x(t)]$; $F^2 x(t) = x(-t)$; $F^3 x(t) = \text{IFT}[x(t)]$ 。其中 FT 和 IFT 分别为傅里叶变换和傅里叶反变换;
- 5) 频移特性^[6]: $y(t) = x(t)e^{jvt}$ 的 p 阶 FRFT 变换为

$$Y_p(u) = X_p(u - v \sin(p\pi/2) * e^{-\frac{v^2}{2}} \sin(p\pi/2) \cos(p\pi/2) + juv \cos(p\pi/2)) \quad (4)$$

6) 尺度特性: $y = x(st)$ 的 p 阶 FRFT 为^[6]

$$Y_p(u) = \sqrt{\frac{1 - j \cot(p\pi/2)}{s^2 - j \cot(p\pi/2)}} * e^{-\frac{u^2}{2}} \cot(p\pi/2) \left(1 - \frac{\cos^2(p\pi/2)}{\cos^2 \beta}\right) X_\beta \left(u \frac{\sin \beta}{s \sin(p\pi/2)}\right) \quad (5)$$

其中 $\beta = \arctan(s^2 \tan(p\pi/2))$, 可见信号的尺度变化不仅会引起 u 域的伸缩,而且 FRFT 的角度也会发生变化,且和尺度 s 的平方成正比;

7) 能量守恒特性:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |x_a(u)|^2 du \quad (6)$$

对信号进行分数阶傅里叶变换后,形成了信号能量在 (a, u) 平面上的二维分布, $|x_a(u)|^2$ 为信号 $x(t)$ 的旋转角度为 a 的分数阶能谱密度,表示信号能量在不同 chirp 基上的分布。

Ozaktas 提出的 FRFT 的数值算法是目前最有效的计算方法^[7],该算法首先将待测信号与一个

时间 chirp 基信号相乘,之后利用 FFT 将运算结果与另一个频率 chirp 基信号进行卷积计算,有效地减少了运算量,当信号长度为 N 时,可将计算量减少到 $O(N \log_2 N)$ 级。

2 发射信号及接收信号

2.1 发射信号

线性调频信号是一种常用的发射波形,其表达式为

$$x(t) = A_0 \exp \left[j\varphi_0 + j2\pi \left(f_0 t + \frac{1}{2} k_0 t^2 \right) \right] = A_0 e^{j\varphi_0} e^{j\pi (2f_0 t + k_0 t^2)} \quad (7)$$

式中: A_0 为发射信号幅度; f_0 为信号中心频率; φ_0 为信号初始相位; $k_0 = B/T$ 为信号的调频率,其中 B 为信号的带宽, T 为信号的时宽。

2.2 接收信号

由于水下动目标的机动性较小,加速度引起的回波变化可以忽略,则水下动目标的接收信号可表示为

$$r(t) = r_0(t) + n(t) = \sqrt{s} b A_0 \exp(j\varphi_0) * \exp\{j\pi [2f_0 s(t - \tau_0) + k(t - \tau_0)^2]\} + n(t) \quad (8)$$

式中: $r_0(t)$ 为目标回波; $s = (c - v)/(c + v)$, 为多普勒压缩因子; v 为目标径向速度; b 为回波反射增益,其与目标特性和信道损失有关,在不考虑时变性的情况下为常数,不失一般性,取 $b = 1$; $\tau_0 = 2R/c$,是由于目标与接收机之间的距离引起的双程时延,其中 R 为接收机与目标之间距离; $c = 1500 \text{ m/s}$,为海水中声速; k 为回波的调频率,可知目标回波也为线性调频信号,只是调频率发生改变; $n(t)$ 为干扰信号,包含环境噪声与混响信号,对于频谱平坦的线性调频信号,可假设这 2 种噪声为相互独立的零均值高斯白噪声。

3 水下目标径向速度估计

3.1 接收信号 FRFT

对于目标回波 $r_0(t)$,利用 FRFT 的线性性质,振幅 $\sqrt{s} b A_0$ 和初始相位 φ_0 的取值不影响变换的分布,其中 $\exp\{j\pi [2f_0 s(t - \tau_0) + k(t - \tau_0)^2]\}$ 的

分数阶傅里叶变换为

$$F_a \{ e^{j\pi [2f_0 s(t - \tau_0) + k(t - \tau_0)^2]} \} = \sqrt{\frac{1+j\tan\alpha}{1+ktan\alpha}} * \exp \left[j\pi \frac{u^2(k-\tan\alpha) + 2usf_0 \sec\alpha - sf_0 \tan\alpha}{1+ktan\alpha} \right] \quad (9)$$

当 $\alpha - \arctg(k) = \frac{2M+1}{2}\pi$ (M 为任意整数) 时,

$$F_a \{ e^{j\pi [2f_0 s(t - \tau_0) + k(t - \tau_0)^2]} \} = \sqrt{1/(1-jk)} * \delta(u - sf_0 \sin\alpha) \quad (10)$$

此时 $|F_a \{ e^{j\pi [2f_0 s(t - \tau_0) + k(t - \tau_0)^2]} \}|^2$ 达到峰值,说明对调频率为 k 的线性调频信号作角度为 $\arctg(k) + (2M+1)/2\pi$ 的分数阶傅里叶变换,结果将为一个冲激函数,即在某一特定的 chirp 基上,回波信号的能量出现明显的聚焦峰值,且角度与回波调频率对应。

对于干扰信号 $n(t)$,因假设其为带限的零均值有色噪声, $n(t)$ 的能量均匀分布在所处的频带内,从而能量聚焦性检测对噪声不是很敏感,因而基于分数阶 Fourier 域的能量聚焦性检测算法能有效地抑制噪声的影响。

3.2 目标径向速度估计

对接收信号进行分数阶傅里叶变换,形成在 (α, u) 平面域上的二维信号能量分布,在二维平面内进行谱峰搜索:

$$\{a_m, u_m\} = \arg \max_{\alpha, u} |X_\alpha(u)|^2 \quad (11)$$

则接收信号的调频率为

$$k = \tan \left(a_m - \frac{2j+1}{2}\pi \right) \quad (12)$$

尺度为 s 的回波信号的调频率 k 与发射信号的调频率 k_0 之间的关系为

$$k = \frac{Bs}{T/s} = s^2 k_0 \quad (13)$$

即可得

$$v = \left[2c / \left(\sqrt{\frac{k}{k_0}} + 1 \right) \right] - c \quad (14)$$

在主动声呐的工作条件下,发射信号的调频率 k_0 是已知的,只要测得回波的调频率 k ,就可以估

计出目标的径向速度。基于 FRFT 的目标径向速度估计原理框图如图 2 所示。

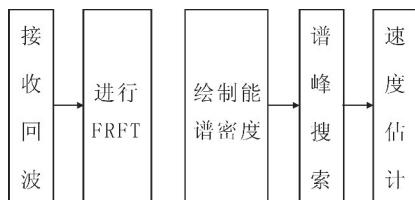


图 2 目标径向速度估计原理框图

Fig. 2 Principle block diagram of target radial speed estimation

4 仿真实验

4.1 参数的量纲归一化

在数值仿真与实际工程中得到的回波信号通常是按一定的采样率得到的离散信号,对其进行分数阶傅里叶变换之前必须进行参数量纲归一化^[8]。发射的 LFM 信号经过多普勒系数伸缩后,其参数发生变化,直接对离散的 LFM 回波信号进行 FRFT 计算相当于对原始数据已经进行了归一化处理,计算出的回波信号调频率是归一化后的回波信号的调频率,而不是真实的调频率。真实的调频率 k 与归一化后的调频率 k' 之间的关系为

$$k = k' \frac{f_s}{T} = k' \frac{f_s}{N/f_s} = k' f_s^2 / N \quad (15)$$

式中 f_s 为采样频率; N 为采样点数。

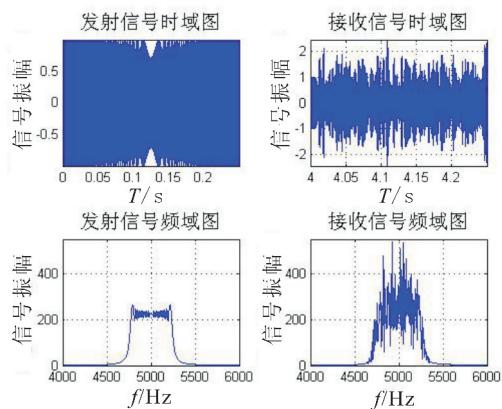


图 3 发射信号与接收信号时域、频域特性对比图

Fig. 3 Comparison diagram of time domain and frequency domain characteristics of transmitted and received signals

4.2 仿真条件

设发射的 LFM 信号的带宽为 0.5 kHz, 时宽为 0.25 s, 中心频率为 5 kHz, 则该信号的调频率为 2 kHz/s。在信噪比为 3 dB, 目标与接收机距离为 3 km, 目标模拟速度为 1.028 m/s(2 kn) 的条件下, 分别模拟发射信号与接收信号, 对二者的波形特性进行分析。图 3 为发射信号和接收信号的时域与频域特性对比图, 图 4 为发射信号与接收信号的时频特性对比图, 从图中可知, 由于目标的速度和干扰信号的影响, 接收信号的时频特性发生频率扩散, 但有效的时频成分仍未线性调频形式。

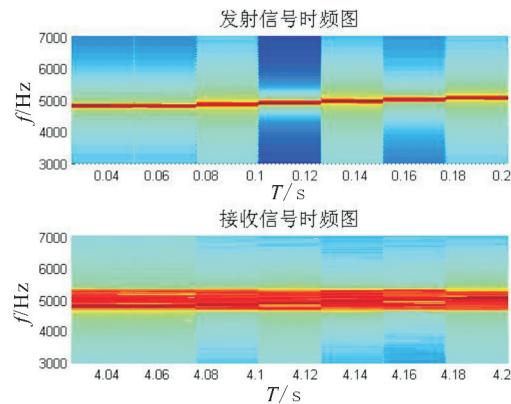


图 4 发射信号与接收信号时频特性对比图

Fig. 4 Comparison diagram of time-frequency characteristics of transmitted and received signals

对接收信号进行分数阶傅里叶变换, 对其分数阶能谱密度图进行最优阶次搜索。首先不考虑频率域, 只对阶次和信号强度的二维关系进行研究, 按阶次 $p = 0.001$ 为步长, 在阶次域找到信号强度的峰值对应的阶次, 即为最优阶次。

针对该仿真条件下的能谱密度图进行上述的最优阶次搜索, 得出分数阶傅里叶变换最优阶次 $p = 0.984$, 目标径向速度为 1.037 2 m/s。图 5 为接收信号分数阶能谱密度图, 图 6 为传统傅里叶变换与最优阶次下分数阶傅里叶变换的接收信号频谱对比图。从图中可知, 分数阶傅里叶变换可以有效地抑制噪声的影响, 与传统傅里叶变换相比, 其对于含有干扰成分的接收信号具有良好的聚焦特性, 可估计出目标的径向速度。

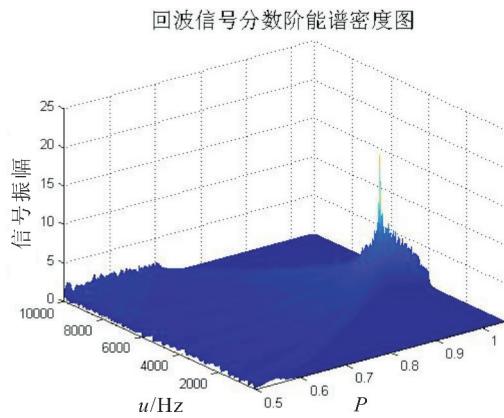


图5 回波信号分数阶能谱密度图

Fig. 5 Diagram of echo signal's fractional energy density

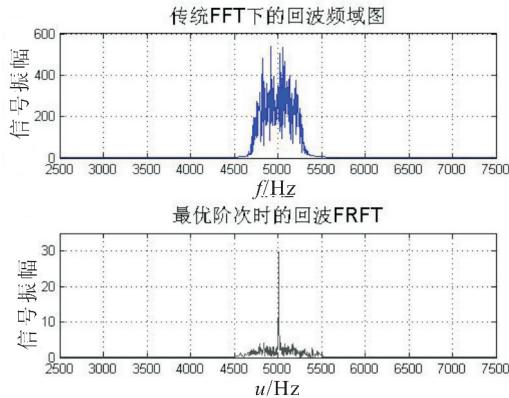


图6 传统FFT与最优阶次FRFT下的接收信号频域对比图

Fig. 6 Comparison diagram of frequency domains of received signals in traditional FFT and optimal order FRFT

4.3 性能分析

为分析信噪比对于速度估计性能的影响,在信噪比变化的情况下,分别对3种不同运动状态下的物体进行100次蒙特卡罗试验,对速度估计误差进行分析。取信噪比范围在 $-7 \sim 6$ dB,目标的径向运动速度分别取1.028 m/s(2 kn)、2.056 m/s(4 kn)和5.14 m/s(10 kn),对速度估计的均方根误差进行分析,如图7-9所示。不同信噪比下的3种运动状态的速度估计误差均值见表1-3。

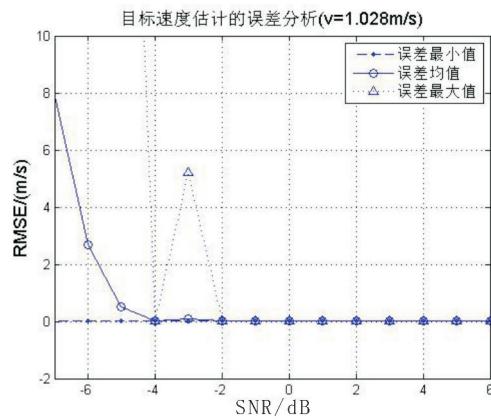
图7 目标速度估计的误差分析($v = 1.028$ m/s)

Fig. 7 Error Analysis of Target Speed Estimation ($v = 1.028$ m/s)

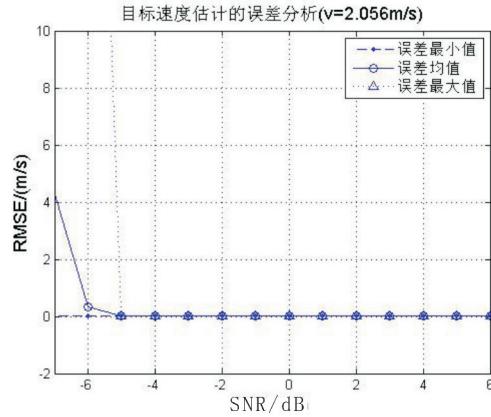
图8 目标速度估计的误差分析($v = 2.056$ m/s)

Fig. 8 Error analysis of target speed estimation ($v = 2.056$ m/s)

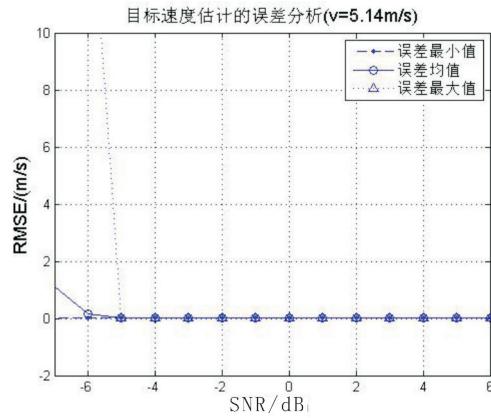
图9 目标速度估计的误差分析($v = 5.14$ m/s)

Fig. 9 Error analysis of target speed estimation ($v = 5.14$ m/s)

表 1 不同信噪比下的速度估计误差均值
($v = 1.028 \text{ m/s}$)

Table 1 Mean values of velocity estimation errors under different signal to noise ratios
($v = 1.028 \text{ m/s}$)

信噪比 /dB	速度 /(m/s)	信噪比 /dB	速度 /(m/s)
-7	8.668	0	0.009
-6	3.407	1	0.009
-5	1.219	2	0.009
-4	0.009	3	0.009
-3	0.803	4	0.009
-2	0.009	5	0.009
-1	0.009	6	0.009

表 2 不同信噪比下的速度估计误差均值
($v = 2.056 \text{ m/s}$)

Table 2 Mean values of velocity estimation errors under different signal to noise ratios
($v = 2.056 \text{ m/s}$)

信噪比 /dB	速度 /(m/s)	信噪比 /dB	速度 /(m/s)
-7	5.018	0	0.008
-6	1.058	1	0.008
-5	0.008	2	0.008
-4	0.008	3	0.008
-3	0.008	4	0.008
-2	0.008	5	0.008
-1	0.008	6	0.0008

表 3 不同信噪比下的速度估计误差均值
($v = 5.14 \text{ m/s}$)

Table 3 Mean values of velocity estimation errors under different signal to noise ratios
($v = 5.14 \text{ m/s}$)

信噪比 /dB	速度 /(m/s)	信噪比 /dB	速度 /(m/s)
-7	1.843	0	0.006
-6	0.874	1	0.006
-5	0.006	2	0.006
-4	0.006	2	0.006
-3	0.006	4	0.006
-2	0.006	5	0.006
-1	0.006	6	0.006

该结果表明,当信噪比低于 -2 dB 且高于 -4 dB 时,在多次试验中存在可以良好估计目标速度的情况,但误差波动较大,具有不稳定性;当信噪比高于 -2 dB 后,对 3 种运动速度的目标都可以较准确地估计径向速度,且结果稳定。并且由最优阶次的得出方法可知,阶次域的分辨率步长同时也影响速度估计的精度,阶次搜索步长越小,速度估

计精度越大,同时计算时间也会变长。

5 结束语

利用分数阶傅里叶变换对线性调频信号的聚焦特性,提出了应用分数阶傅里叶变换的水下运动目标 LFM 回波检测算法,以此为依据对目标的径向运动速度进行估计。并在不同的信噪比下,对 3 种不同运动速度下的目标分别进行仿真试验,结果表明:该方法可良好地抑制噪声干扰,可在较低的信噪比条件下工作,具有较高的速度估计精度;同时阶次域的分辨力步长也对速度估计精度产生影响,最优阶次搜索步长越小,最优阶次搜索得越准确,速度估计精度越高。

参考文献

- [1] 李志舜. 鱼雷自导信号与信息处理 [M]. 西安:西北工业大学出版社,2003.
- [2] 陈鹏,侯朝焕,马晓川. 基于匹配滤波和离散分数阶傅里叶变换的水下目标 LFM 回波联合检测 [J]. 电子与信息学报,2007,29(10):2305-2308.
- [3] 齐林,陶然,周思永,等. 基于分数阶 Fourier 变换的多分量 LFM 信号的检测和参数估计 [J]. 中国科学 (E 辑),2003,33(8):749-759.
- [4] NAMIAS V. The fractional order Fourier transform and its application to quantum mechanics [J]. IMA Journal of Applied Mathematics, 1980, 25(3): 241-265.
- [5] PEI S C, THE M H, TSENG C C. Discrete fractional Fourier transform based on orthogonal projections [J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 1999, 47(5): 1335-1348.
- [6] ALMEIDA L B. The fractional Fourier transform and time-frequency representations [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1994, 42(11): 3084-3091.
- [7] OZAKTAS H M, ARIKAN O, KUTAY M A. Digital computation of the fractional Fourier transformation [J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 1996, 44(9): 2141-2150.
- [8] 赵兴浩,邓兵,陶然. 分数阶傅里叶变换数值计算中的量纲归一化 [J]. 北京理工大学学报,2005, 25(4):360-364.