

【引用格式】邓超凡, 伍东凌. 基于磁梯度张量不变量的目标定位方法研究[J]. 数字海洋与水下攻防, 2024, 7(6): 595-600.

基于磁梯度张量不变量的目标定位方法研究

邓超凡^{1, 2, 3}, 伍东凌^{1, 2, 3}

- 中国船舶集团有限公司第七一〇研究所, 湖北 宜昌 443003;
- 国防科技工业弱磁一级计量站, 湖北 宜昌 443003;
- 清江创新中心, 湖北 武汉 430200)

摘要 基于磁梯度张量的单点目标定位方法, 可根据目标磁梯度张量和目标在探测点产生的磁场解算目标位置, 但是由于受到地磁场影响, 无法准确得到目标产生磁场。针对这一问题, 提出了一种磁梯度张量不变量目标定位算法。该方法通过求解磁梯度张量的3个特征值, 并通过这3个特征值构造了一个与目标磁矩及位置方向无关的磁梯度张量不变量, 推导了相应的目标定位方法。该方法不受地磁环境影响, 适用于移动平台对目标定位。仿真实验结果表明: 提出的磁梯度张量不变量目标定位方法与磁梯度张量的单点目标定位方法相比基本不受地磁场影响, 且定位精度较高。

关键词 磁梯度张量; 磁梯度张量不变量; 磁性目标定位

中图分类号 TP212

文献标识码 A

文章编号 2096-5753(2024)06-0595-06

DOI 10.19838/j.issn.2096-5753.2024.06.003

Research on Target Localization Method Based on Magnetic Gradient Tensor Invariants

DENG Chaofan^{1, 2, 3}, WU Dongling^{1, 2, 3}

- No.710 R&D Institute, CSSC, Yichang 443003, China;
- 1st Class Weak Magnetic Metering Station of NDM, Yichang 443003, China;
- Qingjiang Innovation Center, Wuhan 430200, China)

Abstract The single point target localization method based on magnetic gradient tensor can be used to calculate the target position based on the target magnetic gradient tensor and the magnetic field generated by the target at the detection point. But due to the influence of the geomagnetic field, it is difficult to accurately obtain the magnetic field generated by the target. To address this issue, a target localization algorithm based on magnetic gradient tensor invariants is proposed. By solving the three eigenvalues of the magnetic gradient tensor, magnetic gradient tensor invariants that are independent of the target magnetic moment and position direction are constructed, and the corresponding target localization method is derived. This method is not affected by the geomagnetic field and is suitable for target localization on moving platforms. The simulation results show that the target localization algorithm based on magnetic gradient tensor invariants proposed in this paper is basically not affected by the geomagnetic field and has high localization accuracy.

Key words magnetic gradient tensor; magnetic gradient tensor invariant; magnetic target localization

收稿日期: 2024-08-06

作者简介: 邓超凡(1993-), 男, 硕士, 工程师, 主要从事磁定位及磁导航技术研究。

0 引言

磁探测技术具有适用范围广、隐蔽性强(无需向外界发送信号)、探测精度高等特点^[1-2]。由于海水、泥沙、土壤和地表岩石等常见介质的磁导率与真空磁导率相近^[3],因此,磁探测不受复杂环境影响^[4]。可对地雷、水雷、未爆弹、潜艇、发射井等伪装能力强、特征敏感度低、可观测性弱的军事隐蔽目标进行探测^[5-7]。

目前有多种针对磁性目标的建模方法,常用的模型有旋转椭球体模型、磁偶极子阵列模型以及旋转椭球体和磁偶极子的混合模型等^[8]。磁偶极子模型相比其它模型建模简单,在描述目标远程磁场时精度较高,因此在水下磁性目标探测中得到广泛应用^[9-10]。磁梯度张量单点目标定位方法,是利用单点测得的目标磁场和磁梯度张量解算得到目标位置和磁矩信息。在定位解算过程中需要求得目标磁场矢量信息,而由于地磁场无处不在^[11-12],在测量目标磁场时不可避免地会受到地磁场的影响^[13-14],基于此,本文提出了基于磁梯度张量不变量的磁性目标定位方法。

1 磁梯度张量目标定位

在磁性目标与探测系统的距离大于磁性目标最大尺寸 2.5 倍时,可将磁性目标近似等效为磁偶极子^[15-17],磁偶极子在空间任意一点 $P(x, y, z)$ 产生的磁位和磁场分别为^[18]

$$\mu(x, y, z) = \mathbf{M} \cdot \mathbf{r} / 4\pi r^3 \quad (1)$$

$$\mathbf{H} = -\text{grad}(\mu) = \frac{1}{4\pi r^3} \left[\frac{3}{r^2} (\mathbf{M} \cdot \mathbf{r}) \mathbf{r} - \mathbf{M} \right] \quad (2)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} \quad (3)$$

式中:磁偶极子目标位置 $O(x_0, y_0, z_0)$; $\mathbf{r} = (x - x_0)\mathbf{i} + (y - y_0)\mathbf{j} + (z - z_0)\mathbf{k}$ 为探测点与磁偶极子目标相对位置矢量; $r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}$ 为目标与探测点的距离; \mathbf{M} 为目标磁矩矢量; μ_0 为真空磁导率。

在 $(\mathbf{r} + \mathbf{r}_0 d\mathbf{r})$ 点处的磁场

$$\mathbf{B}' = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{(\mathbf{r} + \mathbf{r}_0 d\mathbf{r})^3} \left[(\mathbf{M} \cdot \mathbf{r}_0) \mathbf{r}_0 - \mathbf{M} \right] \quad (4)$$

$\mathbf{r}_0 = \mathbf{r}/r$ 为沿着 \mathbf{r} 的单位矢量。

$$\mathbf{B}' - \mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[\frac{(\mathbf{M} \cdot \mathbf{r}_0) \mathbf{r}_0 - \mathbf{M}}{r^3} \right] \left(\frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r^3} d\mathbf{r} \right) = -\frac{3}{r} \frac{\mu_0}{4\pi r^3} \left[(\mathbf{M} \cdot \mathbf{r}_0) \mathbf{r}_0 - \mathbf{M} \right] d\mathbf{r} \quad (5)$$

$$\mathbf{B}' - \mathbf{B} = \begin{bmatrix} B'_x - B_x \\ B'_y - B_y \\ B'_z - B_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial B_x / \partial x & \partial B_x / \partial y & \partial B_x / \partial z \\ \partial B_y / \partial x & \partial B_y / \partial y & \partial B_y / \partial z \\ \partial B_z / \partial x & \partial B_z / \partial y & \partial B_z / \partial z \end{bmatrix} \cdot \mathbf{r}_0 d\mathbf{r} \quad (6)$$

其中:

$$\mathbf{G} = \nabla \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \partial B_x / \partial x & \partial B_x / \partial y & \partial B_x / \partial z \\ \partial B_y / \partial x & \partial B_y / \partial y & \partial B_y / \partial z \\ \partial B_z / \partial x & \partial B_z / \partial y & \partial B_z / \partial z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{xx} & B_{xy} & B_{xz} \\ B_{yx} & B_{yy} & B_{yz} \\ B_{zx} & B_{zy} & B_{zz} \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中, \mathbf{G} 为磁梯度张量。由 Maxwell 方程可知,磁场的散度和旋度为 0^[19-20],即

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = \partial B_x / \partial x + \partial B_y / \partial y + \partial B_z / \partial z = 0 \quad (8)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = 0 \quad (9)$$

磁梯度张量具有对称性,即

$$\begin{cases} B_{xy} = B_{yx} \\ B_{xz} = B_{zx} \\ B_{yz} = B_{zy} \\ B_{xx} + B_{yy} + B_{zz} = 0 \end{cases} \quad (10)$$

由式(5)和式(6)可以得到磁偶极子位置信息与磁偶极子产生的磁场及磁梯度张量之间的关系:

$$\mathbf{r} = -3\mathbf{G}^{-1}\mathbf{B} \quad (11)$$

然而,在地球表面,地磁场几乎无处不在,难以获得磁偶极子目标产生的磁场值,尤其对于运动平台,磁异常探测不可避免地会引入地磁场信息,极大地限制了其实用性^[21-22]。

2 磁梯度张量不变量定位

地磁场梯度大小在垂直方向大约为 0.02 nT/m,在水平方向大约为 0.005 nT/m^[23-24],而一般的磁梯

度张量探测系统, 基线距离小于 5 m, 因此, 地磁场梯度测量值小于 0.1 nT, 而磁性目标产生的磁场梯度一般远大于地磁场梯度, 地磁场梯度对磁梯度张量测量的影响基本可以忽略不计。

磁梯度张量不变量定位阵列如图 1 所示, 采用正六面体结构, 以正六面体的中心为原点建立笛卡尔坐标系, X 轴、 Y 轴、 Z 轴的分别穿过对应的 3 个平面中心, 在正六面体的 8 个顶点处分别安放三轴磁传感器, 磁传感器的坐标系与建立的笛卡尔坐标系的三轴方向保持一致。

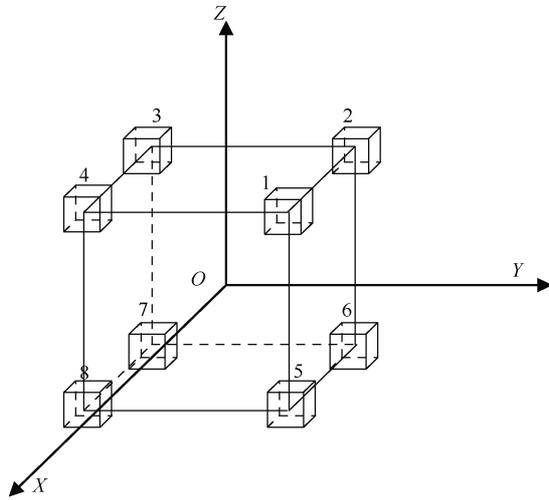


图 1 磁梯度张量不变量定位阵列

Fig. 1 Localization array of magnetic gradient tensor invariant

对于空间中任一点处的磁梯度张量 G , 均存在一个转换矩阵可以将其对角化, 使得矩阵的非对角元素为 0。特征分解形式如下, 其中 λ_1 、 λ_2 、 λ_3 为的 3 个特征值, 对应特征向量 v_1 、 v_2 、 v_3 :

$$A = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} G [v_1 \ v_2 \ v_3] = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} \quad (12)$$

由文献[7]可知, 求解磁梯度张量 G 的 3 个特征值如下:

$$\begin{cases} \lambda_1 = \frac{3\mu_0 |M|}{4\pi r^4} * \frac{-\cos\theta - \sqrt{5\cos^2\theta + 4}}{2} \\ \lambda_2 = \frac{3\mu_0 |M|}{4\pi r^4} \cos\theta \\ \lambda_3 = \frac{3\mu_0 |M|}{4\pi r^4} * \frac{-\cos\theta + \sqrt{5\cos^2\theta + 4}}{2} \end{cases} \quad (13)$$

式中, θ 为目标磁矩矢量与目标位置矢量的夹角。利用磁梯度张量的 3 个特征值构造一个与 θ 无关的磁梯度张量不变量:

$$D = \sqrt{-\lambda_2^2 - \lambda_1\lambda_3} = \frac{3\mu_0 |M|}{4\pi r^4} \quad (14)$$

将 D 分别对 x 、 y 、 z 求导可得

$$\begin{cases} \frac{\partial D}{\partial x} = \frac{\partial D}{\partial r} * \frac{\partial r}{\partial x} = \frac{3\mu_0 |M|}{4\pi r^4} * \left(-\frac{4x}{r^2}\right) \\ \frac{\partial D}{\partial y} = \frac{\partial D}{\partial r} * \frac{\partial r}{\partial y} = \frac{3\mu_0 |M|}{4\pi r^4} * \left(-\frac{4y}{r^2}\right) \\ \frac{\partial D}{\partial z} = \frac{\partial D}{\partial r} * \frac{\partial r}{\partial z} = \frac{3\mu_0 |M|}{4\pi r^4} * \left(-\frac{4z}{r^2}\right) \end{cases} \quad (15)$$

即

$$\frac{\partial D}{\partial \vec{r}} = -4D * \frac{\vec{r}}{r^2} \quad (16)$$

由式 (16) 可得

$$\vec{r} = -\frac{\partial D}{\partial \vec{r}} * \frac{r^2}{4D} = -4D \frac{\partial D}{\partial \vec{r}} * \frac{r^2}{16D^2} \quad (17)$$

$$\left(\frac{\partial D}{\partial \vec{r}}\right)^2 = \left(-4D * \frac{\vec{r}}{r^2}\right)^2 = \frac{16D^2}{r^2} \quad (18)$$

将式 (18) 代入式 (17) 中可得磁性目标位置, 可通过下式表示:

$$\vec{r} = \frac{-4D}{\left(\frac{\partial D}{\partial \vec{r}}\right)^2} * \frac{\partial D}{\partial \vec{r}} \quad (19)$$

分别计算正六面体各个平面中心处的磁梯度张量, $(\partial D/\partial \vec{r})$ 可通过阵列 6 个平面上的磁梯度张量不变量做差值得到。为阵列中心处的磁梯度张量不变量值。

以 G_{Z+} 为例, $Z+$ 平面中心处的磁梯度张量各个元素计算公式:

$$\begin{cases} B_{xx} = (B_{1x} + B_{4x} - B_{2x} - B_{3x})/2d \\ B_{xy} = B_{yx} = (B_{1y} + B_{4y} - B_{2y} - B_{3y})/2d \\ B_{xz} = B_{zx} = (B_{1z} + B_{4z} - B_{2z} - B_{3z})/2d \\ B_{yy} = (B_{1y} + B_{2y} - B_{3y} - B_{4y})/2d \\ B_{yz} = B_{zy} = (B_{1z} + B_{2z} - B_{3z} - B_{4z})/2d \\ B_{zz} = B_{xx} - B_{yy} \end{cases} \quad (20)$$

3 仿真分析与验证

针对本文提出的磁梯度张量不变量定位方法, 对磁偶极子目标进行仿真实验验证, 与磁梯度张量

单点目标定位方法进行对比，并分析影响磁梯度张量不变量定位方法的影响因素，主要影响因素包括：探测阵列基线长度、磁传感器测量精度。仿真试验的基本条件设置：磁偶极子目标磁矩 $M = (800\ 000\ 600\ 000\ 400\ 000) \text{Am}^2$ ，试验区域的地磁场 $B_{\text{earth}} = (30\ 000\ 2000\ 40\ 000) \text{nT}$ 。

3.1 磁梯度张量不变量与磁梯度张量的比较

仿真方法：阵列基线长度设为 1 m，磁传感器精度为 0.01 nT，目标距离探测阵列距离 100 m，加入一定距离处的基站测得的磁场作为地磁场，比较磁梯度张量单点目标定位方法（原方法）与磁梯度张量不变量磁性目标定位误差。

地磁场梯度大小在垂直方向设定为 0.02 nT/m，在水平方向为 0.005 nT/m，将磁传感器安放在固定位置作为探测基站，磁传感器阵列测得的磁场值减去该磁传感器测得的磁场值即可得到磁性目标产生的磁场，从而减小地磁场的影响。磁梯度张量不变量磁性目标定位与磁梯度张量目标定位方法的误差随与基站距离的变化比较如图 2 所示。

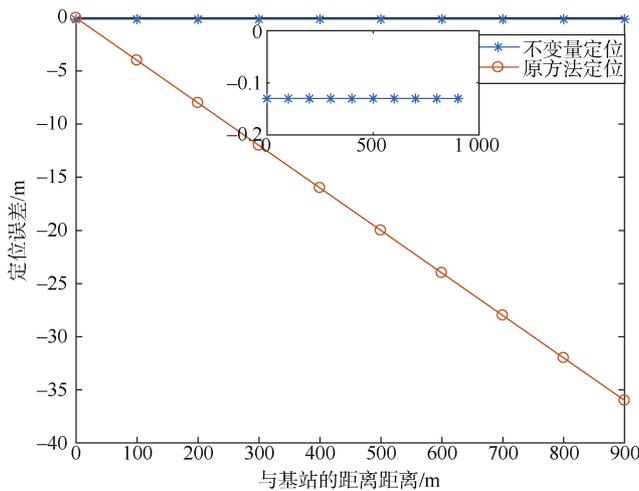


图 2 2 种定位方法的误差与距离变化关系
Fig. 2 Positioning error varying with distance by 2 methods

从图 2 可以看到，磁梯度张量不变量目标定位方法不需要利用基站消除地磁场，定位误差小于 0.2 m，这个误差主要是由磁传感器误差以及利用差分代替微分计算引入的误差，磁梯度张量不变量定位具有较高的定位精度，且不随探测阵

列与基站的距离变化发生变化，而在地磁场梯度一定时，磁梯度张量目标定位方法的定位误差与基站和探测阵列的距离成正比。因此，用基站处测得的磁场作为地磁场的磁梯度张量目标定位方法在使用时也会受到很大限制。

3.2 阵列基线长度对磁梯度张量不变量定位误差的影响

仿真方法：磁传感器精度为 0.01 nT，目标距离磁传感器阵列从 10 m 变化到 140 m，在其它初始条件保持不变的情况下，0.5 m、1 m、2 m 这 3 种阵列基线长度分别为在不同距离下的定位误差结果如图 3 所示。

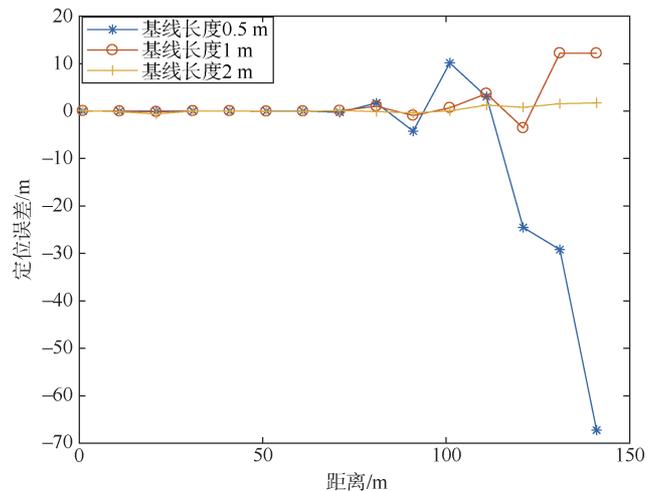


图 3 不同阵列基线长度定位误差随距离变化关系
Fig. 3 Positioning error of different array baseline lengths varying with distance

可以看到，在目标与磁传感器阵列距离小于 70 m 时，阵列基线长度对不变量定位误差影响很小，而在距离超过 70 m 时，阵列基线长度越长，对应的定位误差越小。从公式 (20) 中可以看到，在实际计算过程中是用 2 个传感器之间的磁场差分值代替磁场梯度的计算。这是由于磁梯度张量信号随距离四次方衰减，在距离较远时，磁梯度张量信号迅速减弱，磁梯度张量的计算阵列基线长度增加可以更好地探测磁梯度信号。

仿真方法：磁传感器精度为 0.01 nT，目标距离磁传感器阵列为 30 m，在其它初始条件保持不变的情况下，阵列基线长度从 0.1~30 m 的定位误差结果如图 4 所示。

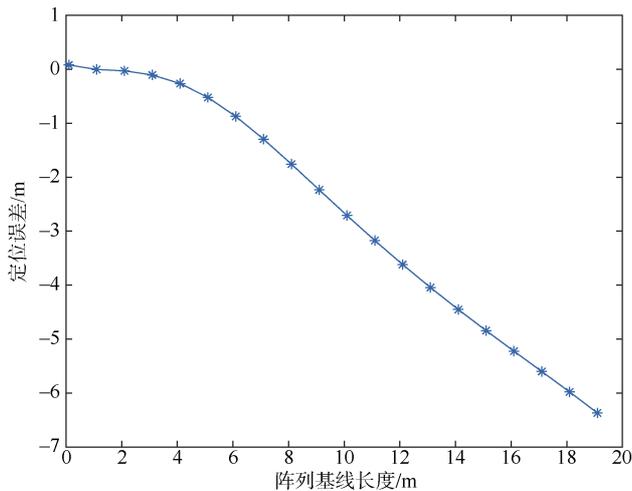


图 4 30 m 处阵列基线长度与定位误差关系

Fig. 4 Positioning error at 30 meters varying with array baseline length

从图 4 的结果可以看到: 当阵列基线长度小于 4 m 时, 由阵列基线长度引起的误差小于 1 m; 当阵列基线长度超过 4 m 时, 用磁场的差分代替梯度计算引入较大误差增大, 导致由阵列基线长度引入的误差随阵列基线长度的增大而增大。

从图 3 和图 4 的仿真结果分析可以看到: 当阵列基线长度太长, 在目标距离较近时, 由差分计算梯度引入较大误差导致定位误差增大, 阵列基线长度太短, 会导致探测到磁场梯度信号弱, 致使定位距离减小。因此, 实际磁梯度张量不变量定位系统需要综合考虑定位精度和定位距离以及实际搭载平台的尺寸情况, 选择适当的阵列基线长度, 一般推荐的阵列基线长度为 0.5~4 m。

3.3 磁传感器精度对磁梯度张量不变量定位误差的影响

仿真方法: 阵列基线长度为 1 m, 目标距离磁传感器阵列从 10~140 m, 在其他初始条件保持不变的情况下, 0.1 nT、0.01 nT、0.001 nT 这 3 种磁传感器精度分别为在不同距离下的定位误差结果如图 5 所示。

可以看到: 在 70 m 范围以内, 3 种精度的磁传感器定位精度相当; 在距离大于 70 m 时, 磁传感器精度越高, 对应的定位误差越小。此外, 磁传感器精度为 0.1 nT 时, 在距离 80 m 处定位误差开始增大; 磁传感器精度为 0.01 nT 时, 在距离

110 m 处定位误差开始增大; 磁传感器精度为 0.001 nT 时, 在距离 140 m 处定位误差开始增大。由此可以得到: 磁传感器精度 0.1 nT 时的测量半径为 80 m, 磁传感器精度 0.01 nT 时的测量半径为 110 m, 磁传感器精度 0.001 nT 时的测量半径为 140 m。

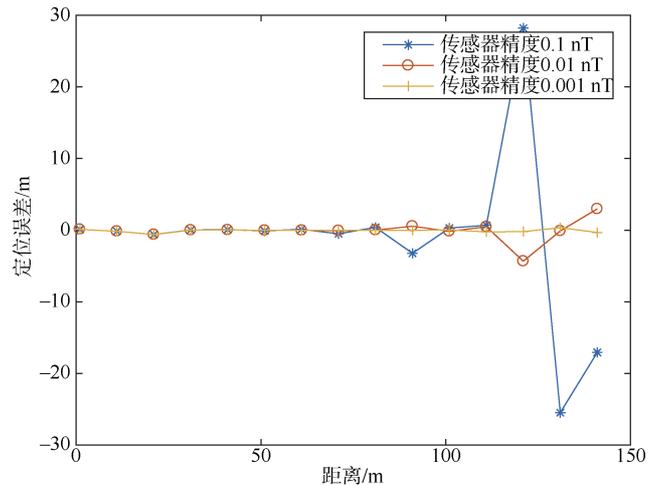


图 5 磁传感器精度与定位误差关系

Fig. 5 Positioning error varying with magnetic sensor accuracy

4 结束语

本文针对磁梯度张量目标定位方法受地磁场影响, 应用场景受限的问题, 提出一种基于磁梯度张量不变量的磁性目标定位方法。仿真分析表明: 该方法可不受地磁场的影响, 定位精度高, 适用于各种运动平台。阵列基线长度过大, 在距离较近时用磁场的差分代替梯度引入误差导致定位误差增大; 阵列基线长度过小, 会导致探测到磁场梯度信号弱, 导致定位距离减小。磁传感器精度越高, 对应的定位误差越小。

参考文献

- [1] 修春晓, 周瑜, 李光, 等. 基于 MEMS 传感器的磁梯度张量单点定位系统[J]. 探测与控制学报, 2021, 43 (4): 65-70.
- [2] 王光源, 马海洋, 章尧卿. 航空磁探仪探潜目标磁梯度定位方法[J]. 兵工自动化, 2011, 30 (1): 32-34.
- [3] 张猛. 基于磁异常的磁性目标定位与识别方法研究[D]. 长春: 吉林大学, 2021.

- [4] 孙浩, 赵伟. 磁传感器阵列技术及其应用[J]. 电测与仪表, 2020, 57(9): 1-7.
- [5] 于振涛, 吕俊伟, 樊利恒, 等. 基于磁梯度张量的目标定位改进方法[J]. 系统工程与电子技术, 2014, 36(7): 1250-1254.
- [6] 张昌达. 关于磁异常探测的若干问题[J]. 工程地球物理学报, 2007, 4(6): 549-553.
- [7] 王金根, 龚沈光. 基于运动标量磁强计的磁性目标定位问题研究[J]. 电子学报, 2002, 30(7): 1057-1060.
- [8] 张朝阳, 肖昌汉, 阎辉. 磁性目标的单点磁梯度张量定位方法[J]. 探测与控制学报, 2009, 31(4): 44-48.
- [9] 王铭超. 基于磁梯度张量的目标定位及识别方法研究[D]. 长春: 吉林大学, 2023.
- [10] 吕俊伟, 迟铨, 于振涛, 等. 磁梯度张量不变量的椭圆误差消除方法研究[J]. 物理学报, 2015, 64(19): 52-59.
- [11] 吴招财, 刘天佑. 磁力梯度张量测量及应用[J]. 地质科技情况报, 2008, 27(3): 107-110.
- [12] 吴国超. 基于磁异常的目标定位反演方法研究[D]. 长春: 吉林大学, 2015.
- [13] 陈谨飞. 基于梯度张量的磁异常目标定位方法研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2012.
- [14] 张朝阳, 肖昌汉, 高俊吉, 等. 磁性物体磁偶极子模型适用性的试验研究[J]. 应用基础与工程科学学报, 2010, 18(5): 862-868.
- [15] 吕俊伟, 于振涛, 樊利恒, 等. 舰船磁场模型适用范围研究[J]. 海军航空工程学院学报, 2012, 27(5): 563-566.
- [16] 张昌达. 航空磁力梯度张量测量——航空磁测技术的最新进展[J]. 工程地球物理学报, 2006, 3(5): 354-361.
- [17] 于振涛, 吕俊伟, 毕波, 等. 四面体磁梯度张量系统的载体磁干扰补偿方法[J]. 物理学报, 2014, 63(11): 139-144.
- [18] 尹刚, 张英堂, 范红波, 等. 基于磁传感器阵列的磁性目标跟踪方法[J]. 上海交通大学学报, 2015, 49(12): 1748-1752.
- [19] 尹刚, 张英堂, 李志宁, 等. 磁偶极子梯度张量的几何不变量及其应用[J]. 地球物理学报, 2016, 59(2): 749-752.
- [20] 卢俊杰. 基于磁梯度张量的磁性目标定位技术研究[D]. 宜昌: 宜昌测试技术研究所, 2012.
- [21] 高翔, 严胜刚, 李斌. 一种混合算法下单个磁通门定位运动磁性目标研究[J]. 大连理工大学学报, 2016, 56(3): 292-198.
- [22] 袁鹏, 祗会强, 靳鸿, 等. 基于磁梯度张量不变量的椭圆误差消除方法[J]. 传感技术学报, 2019, 32(8): 1194-1199.
- [23] 李金朋, 张英堂, 范红波, 等. 基于磁传感器阵列的多磁源参数反演方法[J]. 仪器仪表学报, 2019, 40(10): 28-37.
- [24] 邓超凡. 基于运动平台的磁梯度张量目标定位方法研究[D]. 宜昌: 宜昌测试技术研究所, 2018.

(责任编辑: 曹晓霖)