

【引用格式】陈玮琪. 超空泡滑力模型的几点思考[J]. 数字海洋与水下攻防, 2023, 6(3): 308-313.

超空泡滑力模型的几点思考

陈玮琪

(北京机电工程研究所, 北京 100074)

摘要 国内外许多研究超空泡的论文中, 经常会引用 PARYSHEV 的滑力模型, 但是在引用时会出现 2 个现象: 1) 引用的模型虽然在数学形式上基本相同, 但是在细节上有各种变体, 其中一些是符号抄错的数学表达式, 也被误认为是一种新模型; 2) 看到 PARYSHEV 模型的数学形式中仅包含航行体尾部最后截面的参数, 因此误认为 PARYSHEV 模型只研究了尾部截面的受力而没有考虑全部浸湿面上的受力。显然, 如果在 PARYSHEV 模型的“误解”基础上开展对弹道、稳定性及控制方法等研究, 就有可能包含从“误解”而得到的“新发现”, 导致对超空泡的研究带来弯路。为了澄清 PARYSHEV 模型的关键点及其物理意义, 对 PARYSHEV 等学者的研究思路进行了梳理, 以一种较易理解的简洁方式, 推导了定常滑力的解析表达式, 并直接给出了对飞溅水花的修正, 最后指出了模型的改进方向。

关键词 超空泡; 空泡滑力; PARYSHEV 滑力模型; 飞溅

中图分类号 O352

文献标识码 A

文章编号 2096-5753(2023)03-0308-06

DOI 10.19838/j.issn.2096-5753.2023.03.007

Some Thoughts on Supercavitation Sliding Force Model

CHEN Weiqi

(Beijing Electro-mechanical Engineering Institute, Beijing 100074, China)

Abstract PARYSHEV's sliding force model is often cited in many papers studying supercavitation at home and abroad, but there are two phenomena when quoting. One is that although the quoted model is basically the same in mathematical form, there are variations in details, some of which are mathematical expressions with wrong symbols, and they are also mistaken for a new model. The other is that the mathematical form of the PARYSHEV's model only includes parameters of the final section of vehicle tail, so it is mistaken that the PARYSHEV's model only studies the force of the tail section and does not consider the force of all the wet surface. Obviously, if studies on trajectory, stability and control methods are carried out on the basis of the "misunderstanding" of PARYSHEV's model, it is possible to include "new discoveries" derived from the "misunderstanding", leading to the trouble in the study of supercavitation. In order to clarify the key points and physical significance of PARYSHEV's model, the research ideas of PARYSHEV and other researchers are reviewed here. The analytical expression of the steady gliding force is derived in a simple way that is easy to understand, and the modification of the water splash is given directly. Finally, the improvement direction of the model is pointed out.

Key words supercavitation; cavitation sliding force; PARYSHEV's sliding force model; water splash

0 引言

超空泡航行体因其高效的减阻特性而受到广泛关注,国内外开展了大量超空泡航行体流体动力及运动计算方法研究。研究方法基本可分为2类:1)基于势流、细长体理论等,对超空泡航行体的典型水动力部件——头部的空化器、弹身的翼或舵,以及航行体尾部在空泡面上滑行或拍击时产生的水动力(统称为滑翔力)分别进行理论建模,其中空泡外形轮廓一般基于 LOGVINOVICH^[1]的空泡独立膨胀原理或一些经验公式进行计算。这类方法通常能抓住关键流体现象或本质,具有形式简洁且能揭示关键机理的优点。2)基于 CFD 计算技术,对超空泡航行体的流场(或耦合弹道)进行计算。这类方法通常能反映出流场中各种复杂流动现象,比如空泡的变形、空泡尾部的泡沫状湍流、气团脱落等。以上2种方法都有各自的假设和近似,各有优缺点。理论建模需要对物理现象具有很强的洞察力才能抓住关键点,具有一定的“艺术性”,与研究者的个人特性强烈相关。CFD 方法更偏向“程式化”,容易被不同研究者接受和应用。各人可根据自己的研究目的及兴趣选择其中的方法,如果能将2种方法结合起来应用,效果会更好。

本文只讨论第1种方法。在第1种方法中,航行体尾部在空泡面上滑行或拍击时产生的滑翔力最为复杂。前苏联学者 LOGVINOVICH、VASIN^[2]和 PARYSHEV^[2-4]首先研究了这个问题,并在小攻角、小浸深、小间隙的条件下给出了经典的定常滑翔力理论计算模型(后面统称为 PARYSHEV 模型),随后很多研究超空泡航行体弹道、稳定性及控制方法类的文献^[5-11],都引用了 PARYSHEV 模型。但是,在引用中出现了2种现象:1)虽然引用的模型在数学表达形式上基本相同,但是在细节上呈现出多种变体。其可能的原因是引用的文献不同,其中的前提假设及推导过程不同,所以模型形式不同,但也不排除其中一些是在引用时抄错了符号,而误认为是一种新的模型形式。2)因为在 PARYSHEV 模型的数学表达形式中只包含了航行体尾部最后一个截面的参数,所以

很多研究者就误以为, PARYSHEV 模型“仅计算了最后一个截面的受力,而没有考虑全部浸湿面的受力”,甚至因此而评价 PARYSHEV 模型“过于简陋”。这个认识实际上是错误的。

可以想象,如果在对 PARYSHEV 模型的“误解”基础上,开展弹道、稳定性、控制方法等研究,就有可能因“误解”而得到某些“结论”,甚至还会把这些“结论”当作是“新发现”“创新点”等,这样就有误入歧途的风险。

本文认为,在评论 PARYSHEV 模型之前,最好是先搞明白这个模型的来龙去脉再做结论,而不是根据模型的表面形式就凭感觉“望文生义”。更好的做法是,如果发现 PARYSHEV 模型“过度简化”,首先应该想到, PARYSHEV 作为前苏联著名的流体力学专家,不太可能不去考虑全部浸湿面上受力——这只是个基本常识,反而要问自己,是否真的搞清楚了这个模型。等全面考察完了,再考虑自己如何创新,这样的创新就有更为坚实的基础。

虽然 PARYSHEV 模型不乏有待完善或改进之处,但本文的目的只是为了澄清对 PARYSHEV 模型的理解,因此本文以定常滑翔力为例,梳理了 PARYSHEV 等学者的推导思路,以一种容易理解的简洁方式推导了定常滑翔力的解析表达式,并简略地分析了对飞溅的修正,以此来阐明 PARYSHEV 模型中的一些关键要点,并分析其物理意义。

1 空泡内滑行状态的运动学描述

1.1 运动状态及坐标系

为了突出本文的重点,这里仅考虑最简单的平面定常运动情形。设航行体尾部是一个等直径的圆柱体,圆柱体在空泡内部的自由面上定常滑行,且圆柱体的浸湿面都位于空泡收缩部分,参见图1。

如果不加特别说明,这里假设超空泡航行体及空泡流场满足细长体理论的要求,简单来说,即假设航行体及流场的扰动运动大小相对航行体长度而言都是一阶小量。

建立2个坐标系,一个是绝对坐标系($O-XYZ$),另一个是随体坐标系($O-xyz$),坐标原点在质心,

质心的绝对速度为 $(U, 0, 0)$ ， U 是常数，分解到随体坐标系上则表示为 $(V_x, V_y, 0)$ 。图 1 中红色线表示名义空泡面（空化器无后体的空泡面），航行体尾部的浸湿面位于区间 $(x_0 \sim x_1)$ 。其中： x_0 为尾部截面的位置坐标； x_1 为开始浸水截面的位置坐标； x_2 为空化器的位置坐标； α 为攻角。

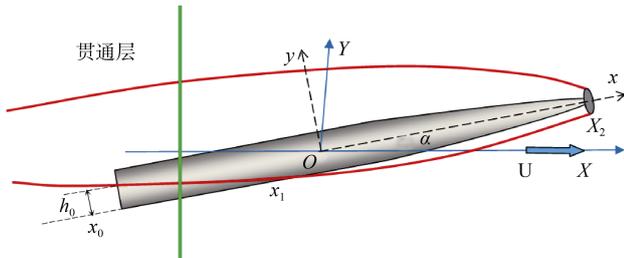


图 1 航行体尾部浸入空泡面（红线）滑行图
Fig. 1 Gliding diagram of vehicle tail immersed in cavitation surface (red line)

在随体坐标系中，设定常空泡面下半部分的母线函数为 $y = -c(x)$ ，圆柱体半径为 r ，如图 2 所示。

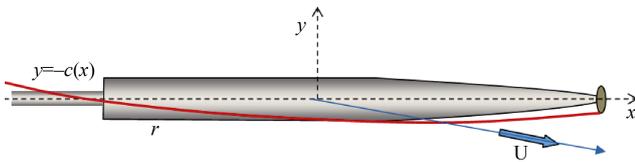


图 2 浸入深度示意图
Fig. 2 Schematic diagram of immersion depth

则浸湿面的浸湿深度为

$$h = h(x) = r - c(x)$$

$$x \in (x_2, x_0)$$

式中， h 为浸湿面，只取正数。显然有： $h(x_1) = 0$ ； $h(x_0) = h_0$ 。

1.2 贯通层内的浸没运动

为了准确地利用细长体理论计算回转体上浸湿截面的水动力，必须要明确，我们是站在绝对坐标系下观察初始静止流场中的一个垂直于 X 轴的固定位置横截面上的流场，这个固定位置横截面也称为贯通层。顾名思义，当运动的超空泡航行体穿越这个贯通层时，贯通层上的流场运动将对航行体的浸湿截面产生水动力。在理论上，我们需要计算穿越瞬间贯通层对航行体截面作用的水动力大小。

在贯通层上，二元流场示意图如图 3 所示。

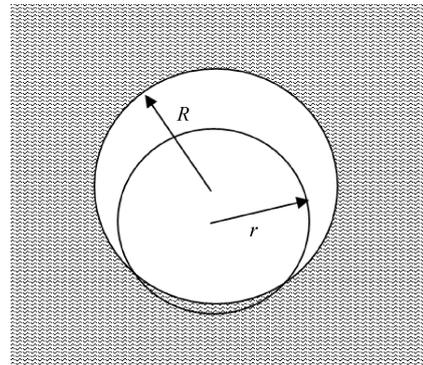


图 3 贯通层上的二元空泡及航行体截面
Fig. 3 2D cavitation and vehicle cross section on the through layer

在贯通层的二元流场中存在 2 个二元物体：1) 圆柱体的圆形截面，半径为 r ；2) 空泡截面，假设也近似为圆形，半径为 $R(x)$ ， x 为贯通层在随体坐标系中的位置。由此可定义航行体截面与空泡截面之间的间隙为 $\epsilon = R - r$ 。

当航行体穿越某个固定位置的贯通层时，从贯通层中来观察，圆柱体截面的半径不变，但是存在垂直向下的运动，向下速度分量为 $V_y \cos \alpha$ 。

空泡截面则存在 2 种运动：1) 类似的垂直向下运动；2) 空泡截面的收缩运动。这是因为前面假设圆柱体的浸湿面都位于空泡的收缩部分。为了简化分析，这里假设空泡截面的向下运动速度相对很小，可忽略（即假设空泡中轴线几乎与 X 轴平行），因此空泡截面只剩下收缩运动，且收缩速度记为 $V_R = dR/dt$ 。

这里忽略空泡截面的向下运动，则二维流场中只有 2 种运动：1) 航行体截面垂直向下的浸没运动；2) 空泡截面的收缩运动。

为了计算方便，现在要把固定位置的贯通层上的流场运动转换到随体坐标系上来观察。随体坐标系是一个运动坐标系，在运动坐标系下观察贯通层，设贯通层位置的相对运动速度为 $(-V_x, -V_y, 0)$ ， V_x 和 V_y 可以是变量，则对贯通层位置上某一物理标量的时间求导 d/dt 转换到运动坐标系上，就需要用到物质导数的形式（可参考流体力学教材）：

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (-V_x, -V_y, 0) \cdot \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial t} - V_x \frac{\partial}{\partial x} - V_y \frac{\partial}{\partial y} \quad (1)$$

式中, 偏导数 ∂ 表示在随体坐标系下的求导。

对于定常运动, 有 $\partial/\partial t = 0$, 因此空泡截面收缩速度可表示为

$$V_R = dR/dt = -V_x \frac{\partial R}{\partial x} \quad (2)$$

2 贯通层内的动力学描述

细长体理论的关键点就是切片法, 注意, 这里切的是流场, 而不是航行体。流场中的切片即是上文中提到的贯通层。在贯通层上是二元流场, 因此, 这里的动力学建模只需考虑贯通层二元流场对航行体截面的作用力进行建模。

在贯通层的二元流场中, 圆柱体截面与空泡截面的相互关系如图 4 所示。

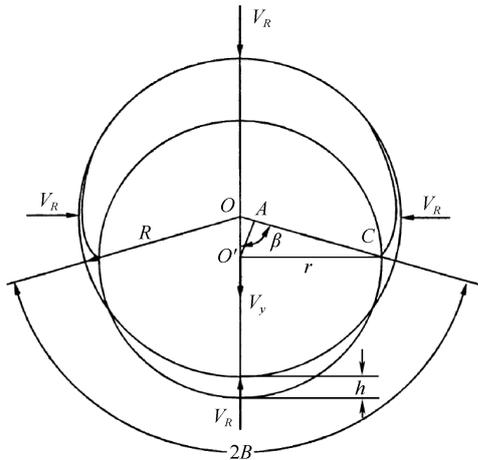


图 4 二元流场中的空泡运动^[2]
Fig. 4 Cavitation motion in 2D flow field^[2]

VASIN 和 PARYSHEV 首先利用复变函数保角映射方法, 解决了一段圆弧在弧形自由面上的入水冲击问题 (详细推导过程参见文献[2]), 并证明了二元流场的总动量可表示为

$$I = m_y^* V_y + m_R^* V_R = I_1 + I_2 \quad (3)$$

$$\begin{cases} m_y^* = \rho \pi R^2 \left(1 - \cos^4 \frac{B}{2} \right) \\ m_R^* = \rho \pi R^2 2 \sin^2 \frac{B}{2} \end{cases} \quad (4)$$

式中: m_y^* 为圆柱体截面向下浸入流场所诱导的附加质量; m_R^* 为空泡截面收缩运动所诱导的附加质量; ρ 为水密度。

随后 VASIN 和 PARYSHEV 再将处理平面入水问题的 Wagner 方法推广到弧形自由面上, 通过考虑浸入过程中弧形自由面的抬高, 在小浸深 $\dot{h} = h/r \ll 1$ 和小间隙 $\bar{\varepsilon} = \varepsilon/r \ll 1$ 条件下有

$$\cos B = \frac{\varepsilon - h}{\varepsilon + h} \quad \text{或} \quad \tan^2 \frac{B}{2} = \frac{h}{\varepsilon} \quad (5)$$

将式 (5) 代入附加质量表达式 (4), 通过一系列繁琐的数学运算, 可得

$$\begin{cases} m_y^* = \rho \pi r^2 \left(1 - \frac{\varepsilon^2}{(\varepsilon + h)^2} \right) \\ m_R^* = \rho \pi r^2 \cdot 2 \left(1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon + h} \right) \end{cases} \quad (6)$$

将式 (6) 代入式 (3), 再根据动量定理, 并通过一系列繁琐的数学变换, 即可求出小浸深、小间隙圆柱体截面所受到的水动力

$$P = \frac{dI}{dt} = \frac{d}{dt} (m_y^* V_y + m_R^* V_R) = \frac{\rho \pi r^2}{\varepsilon + h} \left[2 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon + h} V_y + V_R \right)^2 + h \left(\frac{2\varepsilon + h}{\varepsilon + h} \cdot \frac{dV_y}{dt} + 2 \frac{dV_R}{dt} \right) \right] \quad (7)$$

这里特别要指出, 压力 P 中已经包含了空泡内部压力对圆柱体截面的影响, 读者可以自己思考其理由。

以上得到的表达式都与文献[3]中给出的表达式完全相同。

3 定常滑翔力模型

对尾部浸入空泡内的浸湿面区域 (从 $x_0 \sim x_1$) 进行积分, 即可计算出全部浸湿面上的合力, 即滑翔力

$$F_p = \int_{x_0}^{x_1} P dx \quad (8)$$

如果直接将表示压力 P 的式 (7) 代入积分式 (8) 中, 则计算极其繁琐, 因此换一种简洁方法:

$$F_p = \int_{x_0}^{x_1} P dx = \int_{x_0}^{x_1} \frac{d}{dt} (m_y^* V_y + m_R^* V_R) dx = \int_{x_0}^{x_1} \left(\frac{\partial}{\partial t} - V_x \frac{\partial}{\partial x} \right) (m_y^* V_y + m_R^* V_R) dx \quad (9)$$

在定常条件下, $\partial/\partial t=0$, 因此有

$$F_p = -V_x \int_{x_0}^{x_1} \frac{\partial}{\partial x} (m_y^* V_y + m_R^* V_R) dx = -V_x (m_y^* V_y + m_R^* V_R) \Big|_{x_0}^{x_1} \quad (10)$$

注意到积分中的上下限, 在浸湿面起始位置 x_1 , 浸湿深度为 $h(x_1)=0$, 因此有 $m_y^*(x_1)=m_R^*(x_1)=0$, 于是滑入力可简化为

$$F_p = V_x (m_y^* \cdot V_y + m_R^* \cdot V_R) \Big|_{x_0} \quad (11)$$

即滑行力的数学表达式中仅出现了尾部截面 x_0 的运动参数。但是从推导过程的式(8)中可以看出, 这个表达式是浸湿面压力的积分结果, 实际上包含了全部浸湿面的受力。

定常滑入力表达式的物理含义如下: 从定常滑行力的表达式来看, 定常滑入力(所有浸湿面上的合力)的数值大小仅与尾部截面状态有关, 但是从浸湿截面压力表达式来看, 不同浸湿截面上的压力不同, 从而影响浸湿面上的压力分布, 进而影响滑入力力矩。

将尾部截面的附加质量表达式(6)代入式(11), 即可得

$$F_p = \rho \pi r^2 V_x \left[\left(1 - \left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0 + h_0} \right)^2 \right) V_{y_0} + \frac{2h_0}{\varepsilon_0 + h_0} V_{R_0} \right] \quad (12)$$

这就是 PARYSHEV 模型的基础表达式^[2-3], 下标 0 表示此量是尾部截面的量。

这个基础表达式的计算结果肯定比实验结果偏大, 因为它忽略了很多其它流动现象, 比如滑行时产生的水面变形、飞溅、流动分离、三维效应等, 但是在基础表达式的基础上, 可以对上述流动现象进行修正。

比如对飞溅的修正, 出于篇幅原因, 这里不讨论飞溅的修正方法, 而直接给出本文作者推导的考虑飞溅影响的滑入力模型:

$$F_p = \rho \pi r_0^2 V_x \left[\left(1 - \left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0 + h_0} \right)^2 \right) V_{y_0} + \left(\frac{r_0}{r_0 + h_0} \right) \frac{2h_0}{\varepsilon_0 + h_0} V_{R_0} \right] \cdot \left(\frac{r_0 + h_0}{r_0 + 2h_0} \right) \quad (13)$$

在式(13)中, 如果忽略空泡收缩速度的影响, $V_{R_0} \approx 0$, 并考虑到小攻角条件下 $\sin \alpha \approx \alpha$, $\cos \alpha \approx 1$, 因而有 $V_{y_0} \approx U\alpha$, $V_x \approx U$, 则滑入力式(13)可简化为

$$F_p = \rho \pi r^2 U^2 \alpha \left(1 - \left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0 + h_0} \right)^2 \right) \cdot \left(\frac{r + h_0}{r + 2h_0} \right) \quad (14)$$

式(14)与文献[5]、[7]、[8]中给出的 PARYSHEV 模型表达式完全一样。

对比 PARYSHEV 模型的基础表达式(12), 可以看出, 式(14)只多了一个乘积因子 $\left(\frac{r + h_0}{r + 2h_0} \right)$, 这个因子实际上反映了滑行时的飞溅对滑行力的影响。很显然, 这个因子小于 1, 表示飞溅的水花带走了一部分流体动量, 因此减小了滑行力的大小。

注意, 文献[9], [11]中给出的滑入力为

$$F_p = \frac{1}{2} \rho \pi r^2 U^2 \alpha \left(1 - \left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0 + h_0} \right)^2 \right) \cdot \left(\frac{r + h_0}{r + 2h_0} \right) \quad (15)$$

·对比式(14), 式(15)前面多了一个 1/2, 从本文推导过程来看, 这个 1/2 是没有的, 请读者自己思考。

还有些文献, 例如文献[10]给出的滑入力为

$$F_p = \rho \pi r^2 U^2 \alpha \left(1 - \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0 + h_0} \right)^2 \cdot \left(\frac{r + h_0}{r + 2h_0} \right) \quad (16)$$

对比式(14), 可以看出式(16)等式右边第 1 个括号的平方项不同, 这在本文的推导过程中也没有发现, 原因也请读者自己寻找。

4 结束语

本文整理了 PARYSHEV 等人对超空泡滑行力的理论建模工作, 梳理了他们对滑行力的建模思路, 指出了其中的关键点, 给出了一个容易理解的简洁推导, 获得了超空泡定常滑行力的解析表达式即 PARYSHEV 的滑入力模型。然后, 分析了 PARYSHEV 滑入力模型的物理意义, 澄清了对 PARYSHEV 滑入力模型的一些误解, 也解释了文献中看似众多不同滑入力模型之间的相互关系。

本文也简略提到了滑入力中对飞溅水花的修

正, 并直接给出了作者考虑飞溅影响的滑翔力模型。基于类似的思路, 后续也可以对三维效应、流动分离等其它流动现象进行修正。实际上, 也可以对航行体的俯仰摆动、尾部拍动、空泡偏移等非定常影响进行修正。只要不怕数学上的繁琐, 上述修正都不难做到。当然, 理论上的各种修正最后都要经过实验检验。

PARYSHEV 滑翔力模型是非常出色的力学建模工作, 它将研究水平面入水问题的经典 Wagner 方法, 拓展到研究弧形自由面上的入水和滑翔问题, 对理解超空泡滑翔力形成机理和其中的关键因素具有重要启发作用。

参考文献

- [1] LOGVINOVICH G V. Hydrodynamics of free-boundary flow[M]. Jerusalem: Israel Program for Scientific Translations, 1972.
- [2] VASIN A D, PARYSHEV E V. Immersion of a cylinder in a fluid through a cylindrical free surface[J]. Fluid Dynamics, 2001, 36: 169-177.
- [3] PARYSHEV E V. Approximate mathematical models in high-speed hydrodynamics[J]. Journal of Engineering Mathematics, 2006, 55 (1): 41-64
- [4] PARYSHEV E V. The plane problem of immersion of an expanding cylinder through a cylindrical free surface of variable radius[C]// 2002 High-Speed Hydrodynamics International Summer Scientific. Cheboksary: National Academy of Sciences and Art of Chuvash Republic, 2002.
- [5] KIRSCHNER I, FINE N E, UHLMAN J S, et al. Numerical modeling of supercavitating flows[C]// RTO AVT Lecture Series on "Supercavitating Flows". Brussels: von Karman Institute (VKI), 2001.
- [6] SAVCHENKO Y N. Control of supercavitation flow and stability of supercavitating motion of bodies[C]// RTO AVT Lecture Series on "Supercavitating Flows". Brussels: von Karman Institute (VKI), 2001.
- [7] DZIELSKI J, KURDILA. A benchmark control problem for supercavitating vehicles and an initial investigation of solutions[J]. Journal of Vibration and Control, 2003, 9 (7): 791-804.
- [8] MAO X F. Nonlinear robust control design for a high-speed supercavitating vehicle[D]. Pennsylvania: The Pennsylvania State University, 2010.
- [9] WANG Z, YU K P, ARNDT R. Modeling and simulations of supercavitating vehicle with planing force in the longitudinal plane[J]. Applied Mathematical Modelling, 2015, 39 (19): 6008-6020.
- [10] VANEK B, BOKOR J, BALAS G J, et al. Longitudinal motion control of a high-speed supercavitation vehicle[J]. Journal of Vibration and Control, 2007, 13 (2): 1-29.
- [11] 赵新华, 孙尧, 安伟光, 等. 超空泡航行体控制问题研究进展[J]. 力学进展, 2009, 39 (5): 537-545.

(责任编辑: 曹晓霖)