

# UUV 编队自适应协同跟踪控制研究

邹博宇, 孙兆栋, 靳泽晟

(哈尔滨工程大学 智能科学与工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

**摘要** 近年来, 水下无人航行器(简称 UUV)在海洋资源勘测开发、海洋生态监测以及军事、经济、社会等领域均有广泛应用, 多 UUV 的编队控制成为国内外水下无人航行器研究的热点。首先给出了简化的三自由度 UUV 数学模型, 然后通过平面直线的 Serret-Frenet 方程, 建立 UUV 路径跟踪误差模型。通过运用领航者-跟随者方法构建 UUV 的编队控制模型, 引入滑模控制的方法, 对跟随者 UUV 的控制器进行设计, 最终稳定地形成预设的编队。

**关键词** UUV; 领航者-跟随者; 滑模控制

**中图分类号** P756

**文献标识码** A

**文章编号** 2096-5753(2021)06-0485-07

**DOI** 10.19838/j.issn.2096-5753.2021.06.008

## Research on Adaptive Collaborative Tracking Control for UUV Formation

ZOU Boyu SUN Zhaodong JIN Zesheng

(College of Intelligent Systems Science and Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

**Abstract** In recent years, the unmanned underwater vehicle (UUV) has been widely used in the exploration and development of seabed resources, marine ecological monitoring, as well as in military fields. The formation control of multi-UUVs has become the focus of domestic and foreign research. A simplified 3-DOF UUV mathematical model is put forward. Then, through Serret-Frenet equation of planar straight line, the UUV path tracking error model is established based on the idea of virtual guidance. The model of UUV formation control is established based on leader-follower method. By using the method of sliding mode control, the controller of UUV is designed. Finally, the UUVs form a preset formation steadily.

**Key words** unmanned underwater vehicles; leader-follower; sliding mode control

## 0 引言

随着研究步伐的迈进和任务的日益复杂化, 人们逐渐意识到单个 UUV 的能力是有限的。为了解决这一问题, 将多个 UUV 组成编队进行编队群系作业成为水下无人航行器未来的发展趋势。为保证编队的稳定性, 编队控制是首要研究对象。编队控制即在 UUV 之间利用水下通信手段进行数据信息交流的前提下, 通过利用某种控制方法, 使得多个

UUV 以期望的相对位置关系和相对姿态关系进行协同运动。编队控制可以保证即使 UUV 在工作过程中受到自身或周围环境的影响, 仍可以保持系统稳定性, 为顺利完成目标任务提供保障。

多 UUV 的编队控制问题已成为一项研究热点。文献[1]通过设计出混杂理论的混合式智能体模型, 建立了3层集中式的自上而下分别为使命级、任务级与行为级的体系结构, 这种结构便于对 UUV

收稿日期: 2021-10-10

作者简介: 邹博宇(1996-), 男, 硕士生, 主要从事水下航行器集群控制研究。

基金项目: 国家自然科学基金“UUV 集群协同导航控制”(5217110332)。

的控制和 UUV 之间的通信。文献[2]引入延时扩展卡尔曼滤波的方法,进而解决了多UUV编队的通信延时问题。文献[3]提出了一种动态传递优先级的思想,基于显式通讯最终解决了多水下机器人在避碰技术方面遇到的问题。文献[4]利用模糊规则和人工势场的方法,解决了针对多 UUV 的协同队形控制问题。文献[5]利用虚拟结构的方法,将整个编队看作是一个刚体,令 UUV 跟踪刚体上相应的固定点。

本文对单水下无人航行器的水平面路径跟踪和多水下无人航行器的水平面编队控制方法进行

了研究。在 UUV 运动数学模型建立的基础上,应用滑模的方法,实现基于领航者-跟随者的多 UUV 的协同编队控制。

### 1 欠驱动 UUV 数学模型

UUV 的运动在实际过程中十分复杂,所以我们在这里通过对欠驱动 UUV 在三维空间内的六自由度运动形式进行分析,然后简化为水平面的三自由度运动形式。在研究 UUV 的运动之前,给出相关坐标系的建立和相关符号的定义。

表 1 UUV 运动中常用符号  
Table 1 Common symbols in UUV motion

轴向	运动形式与作用力					
	直线运动		旋转运动		作用力	
	位移/m	速度/(m/s)	角度/rad	角速度/(rad/s)	力/N	力矩/(N·m)
x 轴	纵荡 $x$	$u$	$\phi$ 横摇角	$p$	$X$	$K$
y 轴	横荡 $y$	$v$	$\theta$ 纵倾角	$q$	$Y$	$M$
z 轴	垂荡 $z$	$w$	$\phi$ 艏摇角	$r$	$Z$	$N$

表示 UUV 运动的向量有： $\eta=[\eta_1^T, \eta_2^T]^T$ ,  $\eta_1=[\xi, \eta, \zeta]^T$ ,  $\eta_2=[\phi, \theta, \psi]^T$ ;  $v=[v_1^T, v_2^T]^T$ ,  $v_1=[u, v, w]^T$ ,  $v_2=[p, q, r]^T$ ;  $\tau=[\tau_1^T, \tau_2^T]^T$ ,  $\tau_1=[X, Y, Z]^T$ ,  $\tau_2=[K, M, N]^T$ 。

UUV 的六自由度运动学模型表示为

$$J_1(\eta_2) = \begin{pmatrix} \cos \psi \cos \theta & \cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi & \cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi \\ \sin \psi \cos \theta & \sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi & \sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{pmatrix} \quad (2)$$

转换矩阵  $J_2(\eta_2)$  为

$$J_2(\eta_2) = \begin{pmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi / \cos \theta & \cos \phi / \cos \theta \end{pmatrix} \quad (3)$$

UUV 的动力学模型表示为

$$M\dot{v} + C(v)v + D(v)v + g(\eta) = \tau + \tau_E \quad (4)$$

式中： $M = M_{RB} + M_A$ ,  $C(v) = C_{RB}(v) + C_A(v)$ , 分别表示附加质量矩阵与科里奥利力和向心力矩阵； $D(v)$ 表示流体阻尼矩阵； $g(\eta)$ 为恢复力和恢复力矩向量； $\tau_E$ 表示外界环境对 UUV 施加的力和力矩。上述参数的含义文献[6]中已说明,此处不再赘述。

$$\begin{bmatrix} \dot{\eta}_1 \\ \dot{\eta}_2 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} J_1(\eta_2) & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & J_2(\eta_2) \end{pmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \dot{\eta} = J(\eta)v \quad (1)$$

式中,由 UUV 坐标系转为大地坐标系的变换矩阵  $J_1(\eta_2)$  为

#### 1.1 欠驱动 UUV 三维路径跟踪误差建模

为了更好地描述 UUV 当前位置、姿态与期望之间的关系,这里在运动学模型的基础上,引入 Serret-Frenet 坐标系,并提出“虚拟向导”的思想,即在期望路径上假想一个具有某一已知切向速度进行运动的向导 UUV<sup>[7]</sup>。图 1 是基于 Serret-Frenet 坐标系的路径跟踪示意图,其中,  $C$  是期望路径,  $\{F\}$  是引入的 Serret-Frenet 坐标系。令  $P$  点作为期望路径  $C$  上的具有某一已知切向速度的向导 UUV 点, Serret-Frenet 坐标系是通过坐标系  $\{I\}$  分别围绕  $\eta$  和  $\zeta$  轴转动  $\theta_F$ 、 $\psi_F$  角度,然后移动惯性坐标系使得惯性坐标系的  $E$  点和期望路径  $C$  上的向导 UUV 点  $P$  重合而得到的。

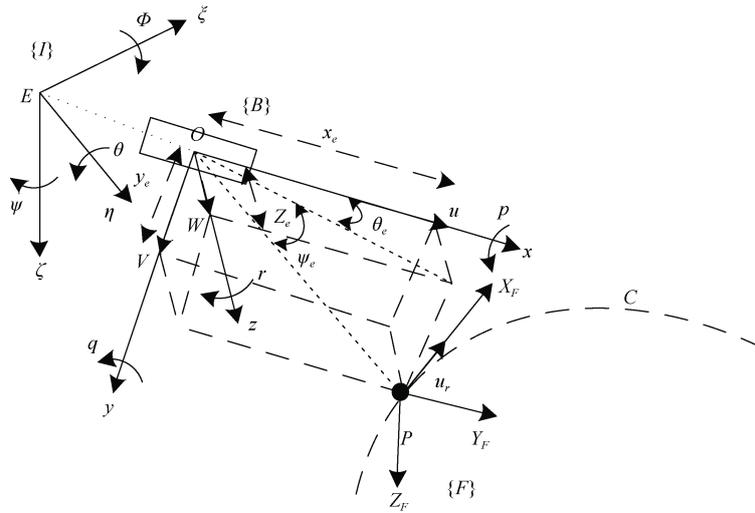


图 1 UUV 三维路径跟踪示意图

Fig.1 UUV three-dimensional path tracking

图 1 所示中,  $\{D\}$  绕  $\eta$  和  $\zeta$  转动的角度  $\theta_F$ 、 $\psi_F$  分别为

$$\theta_F = \tan^{-1} \left( \frac{-z_d'(s)}{\sqrt{(x_d'(s))^2 + (y_d'(s))^2}} \right) \quad (5)$$

$$\psi_F = \tan^{-1} \left( \frac{y_d'(s)}{x_d'(s)} \right)$$

式中:  $s$  代表期望路径  $C$  的路径描述参数;

$$x_d' = \frac{\partial x_d}{\partial s}, y_d' = \frac{\partial y_d}{\partial s}, z_d' = \frac{\partial z_d}{\partial s}$$

定义  $P_d = [x_d(s), y_d(s), z_d(s)]^T$  代表了向导 UUV 点  $P$  期望的位置。已知  $P = [x, y, z]^T$  代表了 UUV 当前的位置, 可知跟踪误差为

$$e = J_1(\eta_2)^T P_e \quad (6)$$

式中,  $P_e = P - P_d$ , 对式 (6) 求导得:

$$\dot{e} = J_1^T(\eta_2) P_e + J_1^T(\eta_2) \dot{P}_e \quad (7)$$

因为  $J_1(\eta_2) = J_1(\eta_2)Q$ ,

$$Q = \begin{pmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & 0 \\ -q & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (8)$$

进而得到:

$$\dot{e} = Q^T J_1^T(\eta_2) P_e + J_1^T(\eta_2) \dot{P}_e \quad (9)$$

因为

$$\dot{P} = J_1(\eta_2)v_1, v_1 = [u, v, w]^T \quad (10)$$

$$\dot{P}_d = J_1(\eta_F)v_F, v_F = [u_r, 0, 0]^T$$

将式 (10) 代入式 (9) 得到 UUV 三维路径跟

踪误差建模:

$$\begin{cases} \dot{x}_e = rx_e - qz_e - u_r \cos \psi_e \cos \theta_e + u \\ \dot{y}_e = -rx_e + u_r \sin \psi_e \cos \theta_e + v \\ \dot{z}_e = qx_e - u_r \sin \theta_e + w \\ \dot{\psi}_e = r / \cos \theta - \dot{\psi}_F \\ \dot{\theta}_e = q - \dot{\theta}_F \end{cases} \quad (11)$$

### 1.2 简化的欠驱动 UUV 数学模型

为将 UUV 的六自由度运动方程转化为三自由度运动方程, 做出以下假设<sup>[8]</sup>:

- 1) 考虑 UUV 仅在水平面上运动, 而非六自由度运动, 即  $z=0, w=0, \phi=0, p=0, \theta=0, q=0$ ;
- 2) 将 UUV 看作质量均匀且沿 3 个旋转轴呈平面对称的物体;
- 3) 忽略周围外界环境的干扰。

故仅用 3 个自由度就可以描述 UUV 在水平面上的运动, 3 个自由度分别是纵荡、横荡、艏摇。并且, 式 (12) 为定义 UUV 的位置, 艏摇角为  $\eta = [x, y, \psi]^T$  和 UUV 的速度, 艏摇角速度为  $v = [u, v, r]^T$  之后建立的 UUV 的三自由度数学模型。

$$\begin{cases} \dot{e} = Q^T e + v_1 - Jv_F \\ M\dot{v} = -C(v)v - Dv + \tau \end{cases} \quad (12)$$

式中:

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & 0 & 0 \\ 0 & m_{22} & 0 \\ 0 & 0 & m_{33} \end{bmatrix}$$

$$C(v) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -m_{22}v \\ 0 & 0 & m_{11}u \\ m_{22}v & -m_{11}u & 0 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & 0 \\ 0 & d_{22} & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} \end{bmatrix}$$

$m_{11} = m - X_{\dot{u}}$ ,  $m_{22} = m - Y_{\dot{v}}$ ,  $m_{33} = I_z - N_{\dot{r}}$ ,  $d_{11} = -X_u$ ,  $d_{22} = -Y_v$ ,  $d_{33} = -N_r$ , 以上参数是水动力系数, 可由实验测出。  $v_1 = [u, v, w]^T$  代表了线速度,  $v_F = [u_r, 0, 0]^T$  代表了向导 UUV 点的速度,  $\tau = [\tau_u, 0, \tau_r]$  中的  $\tau_u$  代表了影响前进速度的推力,  $\tau_r$  代表了影响艏摇角的力矩。将式 (12) 展开得到:

$$\begin{cases} \dot{x}_e = ry_e - u_r \cos \psi_e + u \\ \dot{y}_e = -rx_e + u_r \sin \psi_e + v \\ \dot{\psi}_e = r - \dot{\psi}_F \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} \dot{u} = \frac{m_{22}}{m_{11}}vr - \frac{d_{11}}{m_{11}}u + \frac{1}{m_{11}}\tau_u \\ \dot{v} = -\frac{m_{11}}{m_{22}}ur - \frac{d_{22}}{m_{22}}v \\ \dot{r} = \frac{m_{11} - m_{22}}{m_{33}}uv - \frac{d_{33}}{m_{33}}r + \frac{1}{m_{33}}\tau_r \end{cases}$$

## 2 基于滑模的欠驱动 UUV 编队控制

滑模变结构控制是非线性控制方法中的一种。这种控制方法使得控制结构并非一成不变, 而是在系统随时间变化的动态过程中, 在系统当前状况的基础上, 按照预先设定好的滑模状态有目的地改变, 从而达到期望的变化目标, 具有不连续性。由于系统自身的参数和扰动对滑模不会产生影响, 所以滑模在设计过程中会变得相对容易, 而且滑模变结构控制还具备抗干扰性能好、面对变化能够快速做出反应等优点<sup>[9]</sup>。

### 2.1 基于领航者-跟随者方法建立 UUV 编队模型

图 2 中,  $l_x$  和  $l_y$  分别表示领航者与跟随者之间的距离  $l$  在  $x$  轴  $y$  轴上的投影;  $\varphi$  表示跟随者 UUV 相对于领航者 UUV 的方向<sup>[10]</sup>。

通过分析可知, 当  $l_x$  和  $l_y$  趋向于期望值并稳定时, 如果已知领航者的位置, 那么跟随者的位置唯一; 同时, 为防止“倒车”的现象发生, 需要领航

者艏摇角  $\psi_F$  趋向于跟随者艏摇角  $\psi_L$ , 定义航向角误差为  $e_\psi = \psi_F - \psi_L$ , 由此, 得出 UUV 编队运动学模型为

$$\begin{cases} \dot{l}_x = -u_L + u_F \cos e_\psi - v_F \sin e_\psi + l_y r_L \\ \dot{l}_y = -v_L + u_F \sin e_\psi + v_F \cos e_\psi - l_x r_L \\ \dot{e}_\psi = r_F - r_L \end{cases} \quad (14)$$

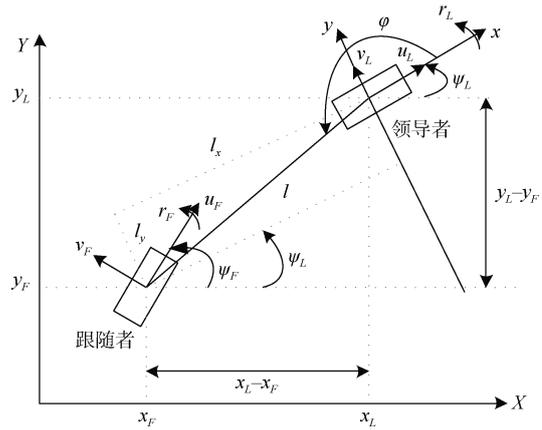


图 2 领航者-跟随者编队示意图

Fig.2 Diagram of leader-follower formation method

定义领航者与跟随者相对距离期望值为  $l_x^d = l^d \cos \varphi^d$ ,  $l_y^d = l^d \sin \varphi^d$ , 相对距离误差为  $e_x = l_x^d - l_x$ ,  $e_y = l_y^d - l_y$ 。求导得基于领航者-跟随者方法建立的 UUV 编队误差模型:

$$\begin{cases} \dot{e}_x = -u_F \cos e_\psi + v_F \sin e_\psi + e_y r_L + u_L - l^d \dot{\varphi}^d \sin \varphi^d - l^d r_L \sin \varphi^d \\ \dot{e}_y = -u_F \sin e_\psi - v_F \cos e_\psi - e_x r_L + v_L + l^d \dot{\varphi}^d \cos \varphi^d + l^d r_L \cos \varphi^d \\ \dot{e}_\psi = r_F - r_L \end{cases} \quad (15)$$

令:

$$f_1 = u_L - l^d \dot{\varphi}^d \sin \varphi^d - l^d r_L \sin \varphi^d$$

$$f_2 = v_L + l^d \dot{\varphi}^d \cos \varphi^d + l^d r_L \cos \varphi^d$$

控制目标: 考虑 5 个 UUV 组成的编队控制, 通过设计  $\tau_{uF}$ 、 $\tau_{rF}$  使得跟随者 UUV 可以在保持一定的距离和方向的基础上实现对领航者 UUV 的跟踪, 从而得到期望队列。

### 2.2 运动学控制器设计

由于跟随者 UUV 的纵向速度和横向速度决定了与领航者 UUV 之间的相对距离误差, 跟随者

UUV 的艏摇角速度决定了本身的航向。在这里为了便于分析, 采用全局坐标变换式对相对距离误差进行变换, 如下式所示:

$$\begin{cases} z_1 = e_x \cos e_\psi + e_y \sin e_\psi \\ z_2 = e_x \sin e_\psi - e_y \cos e_\psi \end{cases} \quad (16)$$

对上式求导, 误差模型进而改写为

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = -u_F + f_1 \cos e_\psi + f_2 \sin e_\psi - r_F z_2 \\ \dot{z}_2 = v_F + f_1 \sin e_\psi - f_2 \cos e_\psi + r_F z_1 \\ \dot{e}_\psi = r_F - r_L \end{cases} \quad (17)$$

式中,  $u_F$ 、 $v_F$  为控制输入, 设计跟随者 UUV 理想前进速度和横向速度为

$$\begin{cases} \alpha_{uF} = k_1 z_1 + f_1 \cos e_\psi + f_2 \sin e_\psi \\ \alpha_{vF} = -k_2 z_2 - f_1 \sin e_\psi + f_2 \cos e_\psi \end{cases} \quad (18)$$

构造李雅普诺夫函数  $V_1 = \frac{1}{2}(z_1^2 + z_2^2)$ 。将上式代入式 (17) 中, 易知位置误差 ( $z_1, z_2$ ) 渐进稳定, 即 ( $e_x, e_y$ ) 渐进稳定。

### 2.3 动力学控制器设计

动力学控制器设计过程分为 2 步: 1) 设计跟随者 UUV 的前进推力  $\tau_{uF}$ , 使其控制 UUV 前向速度; 2) 设计跟随者 UUV 的艏摇角力矩  $\tau_{rF}$ , 使其间接控制 UUV 的横向运动。

首先对渐进稳定平面  $S$  进行定义, 构造李雅普诺夫函数  $V = \frac{1}{2} S^T S$ , 为使 UUV 编队保持稳定,

$$\dot{V}_2 = m_{11F} S_1 \left[ \frac{m_{22F}}{m_{11F}} v_F r_F - \frac{d_{11F}}{m_{11F}} u_F + \frac{1}{m_{11F}} \tau_{uF} - \dot{\alpha}_{uF} + \lambda_1 (u_F - \alpha_{uF}) \right] = S_1 \left[ -\eta_1 \text{sat} \left( \frac{S_1}{\Delta_1} \right) \right] \quad (23)$$

由上式可知,  $\dot{V}_2$  负定, 若使  $\eta_1 = m_{11F} \alpha_1, \alpha_1 > 0$ , 那么

$$\dot{V}_2 = m_{11F} S_1 \dot{S}_1 \leq -m_{11F} \alpha_1 |S_1| \quad (24)$$

满足条件, UUV 系统可保持稳定。

#### 2.3.2 对 $\tau_{rF}$ 进行设计

定义横向速度误差为  $v_e = v_F - \alpha_{vF}$ , 求得导数以及二阶导为

$$\begin{aligned} \dot{v}_e &= -\frac{m_{11F}}{m_{22F}} u_F r_F - \frac{d_{22F}}{m_{22F}} v_F - \dot{\alpha}_{vF} \\ \ddot{v}_e &= -\frac{m_{11F}}{m_{22F}} (\dot{u}_F r_F + u_F \dot{r}_F) - \frac{d_{22F}}{m_{22F}} \dot{v}_F - \ddot{\alpha}_{vF} \end{aligned} \quad (25)$$

$\dot{V} = S \dot{S} \leq -\alpha |S| \leq 0$  即可。

#### 2.3.1 对 $\tau_{uF}$ 进行设计<sup>[11]</sup>

定义前向速度跟踪误差为  $u_e = u_F - \alpha_{uF}$ , 对之求导得:

$$\dot{u}_e = \frac{m_{22F}}{m_{11F}} v_F r_F - \frac{d_{11F}}{m_{11F}} u_F + \frac{1}{m_{11F}} \tau_{uF} - \dot{\alpha}_{uF} \quad (19)$$

在这里, UUV 的位置变化利用速度误差积分来表示, 定义滑模面为

$$S_1 = u_e + \lambda_1 \int_0^t u_e(\tau) d\tau, \lambda_1 > 0 \quad (20)$$

对上式求导得:

$$\begin{aligned} \dot{S}_1 &= \frac{m_{22F}}{m_{11F}} v_F r_F - \frac{d_{11F}}{m_{11F}} u_F + \\ &\quad \frac{1}{m_{11F}} \tau_{uF} - \dot{\alpha}_{uF} + \lambda_1 (u_F - \alpha_{uF}) \end{aligned} \quad (21)$$

由此得出跟随者 UUV 前进推力  $\tau_{uF}$  为

$$\begin{aligned} \tau_{uF} &= -m_{22F} v_F r_F + d_{11F} u_F + \\ &\quad m_{11F} \dot{\alpha}_{uF} - \lambda_1 m_{11F} u_e - \eta_1 \text{sat} \left( \frac{S_1}{\Delta_1} \right) \end{aligned} \quad (22)$$

其中,  $\text{sat} \left( \frac{S_1}{\Delta_1} \right) = \begin{cases} 1, S_1 > \Delta_1 \\ \frac{S_1}{\Delta_1}, \left| \frac{S_1}{\Delta_1} \right| \leq 1, \Delta_1 > 0, \text{ 即在滑模面} \\ -1, S_1 < -\Delta_1 \end{cases}$

周围定义小范围边界。

构造李雅普诺夫函数  $V_2 = \frac{1}{2} m_{11F} S_1^2$ , 求得:

$$S_2 = \dot{v}_e + 2\lambda_2 v_e + \lambda_2^2 \int_0^t v_e(\tau) d\tau, \lambda_2 > 0 \quad (26)$$

对上式求导得

$$\begin{aligned} \dot{S}_2 &= -\frac{m_{11F}}{m_{22F}} \dot{u}_F r_F - \frac{d_{22F}}{m_{22F}} \dot{v}_F - \frac{m_{11F}}{m_{22F}} u_F \dot{r}_F - \ddot{\alpha}_{vF} + \\ &\quad 2\lambda_2 \left( -\frac{m_{11F}}{m_{22F}} u_F r_F - \frac{d_{22F}}{m_{22F}} v_F - \dot{\alpha}_{vF} \right) + \lambda_2^2 (v_F - \alpha_{vF}) \end{aligned} \quad (27)$$

由此得出跟随者 UUV 艏摇角转矩  $\tau_{rF}$  为

$$\tau_{rF} = \frac{P + \eta_2 \text{sat} \left( \frac{S_2}{\Delta_2} \right)}{Q} \quad (28)$$

其中:

$$\begin{aligned}
 P = & m_{11F}(m_{22F} - m_{11F})u_F^2 v_F + \\
 & (m_{11F}d_{33F} - 2\lambda_2 m_{11F}m_{33F})u_F r_F - \\
 & m_{11F}m_{33F}\dot{u}_F r_F - d_{22F}m_{33F}\dot{v}_F - m_{22F}m_{33F}\ddot{\alpha}_{vF} + \\
 & (\lambda_2^2 m_{22F}m_{33F} - 2\lambda_2 d_{22F}m_{33F})v_F - \\
 & 2\lambda_2 m_{22F}m_{33F}\dot{\alpha}_{vF} - \lambda_2^2 m_{22F}m_{33F}\alpha_{vF}
 \end{aligned} \quad (29)$$

$$Q = m_{11F}u_F$$

$$\text{sat}\left(\frac{S_2}{\Delta_2}\right) = \begin{cases} 1, S_2 > \Delta_2 \\ \frac{S_2}{\Delta_2}, \left|\frac{S_2}{\Delta_2}\right| \leq 1, \Delta_2 > 0 \\ -1, S_2 < -\Delta_2 \end{cases}$$

构造李雅普诺夫函数  $V_3 = \frac{1}{2}m_{22F}m_{33F}S_2^2$ , 求得:

得:

$$\dot{V}_3 = m_{22F}m_{33F}S_2 \left[ \frac{P - Q\tau_{rF}}{m_{22F}m_{33F}} \right] = S_2 \left[ -\eta_2 \text{sat}\left(\frac{S_2}{\Delta_2}\right) \right] \quad (30)$$

可知:  $\dot{V}_3$  负定。若使  $\eta_2 = m_{22F}m_{33F}\alpha_2, \alpha_2 > 0$ , 那么

$$\dot{V}_3 = m_{22F}m_{33F}S_2\dot{S}_2 \leq -m_{22F}m_{33F}\alpha_2 |S_2| \quad (31)$$

满足条件, UUV 系统可保持稳定。

### 3 数值仿真

仿真采用文献[12]UUV 参数:

$$m_{1j} = 200 \text{ kg}, m_{2j} = 250 \text{ kg}, m_{3j} = 80 \text{ kg}$$

$$d_{1j} = 70 \text{ kg/s}, d_{2j} = 100 \text{ kg/s}, d_{3j} = 50 \text{ kg/s}$$

领航者 UUV 在大地坐标系下的初始位置为 (0,0), 在这里, 给定领航者 UUV 的控制律为

$$\begin{cases} u_i = 2.5\sin(0.1t + 0.1755) \text{ m/s} \\ v_i = 1.5 \text{ m/s} \end{cases} \quad (32)$$

4 个跟随者 UUV 的速度、角速度起始条件均设置为:  $u = 0, v = 0, r = 0$ , 通过发送控制跟随者 UUV 与领航者之间距离的指令, 形成一个呈一定形状的 UUV 编队队形。

当指令分别为

$$(l_{x1}^d = 200, l_{y1}^d = 300), (l_{x2}^d = -200, l_{y2}^d = 300)$$

$$(l_{x3}^d = 100, l_{y3}^d = 500), (l_{x4}^d = -100, l_{y4}^d = 500)$$

时, 形成一个五边形的 UUV 编队队形。

仿真结果如图 3 所示。

当指令改变为

$$(l_{x1}^d = 0, l_{y1}^d = 200), (l_{x2}^d = 0, l_{y2}^d = 400)$$

$$(l_{x3}^d = 0, l_{y3}^d = 600), (l_{x4}^d = 0, l_{y4}^d = 800)$$

时, 形成一个一字形的 UUV 编队队形。

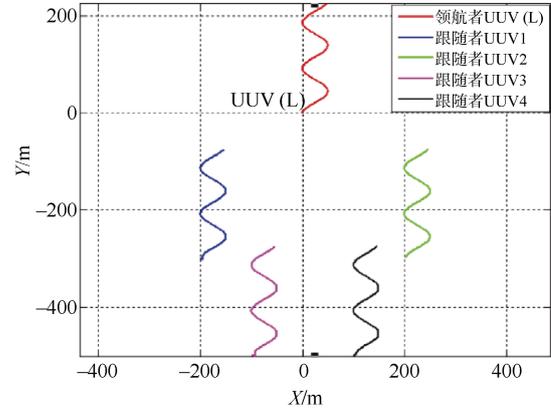


图 3 多 UUV 五边形编队轨迹图

Fig.3 Trajectory of multi-UUVs pentagonal formation

仿真结果如图 4 所示。

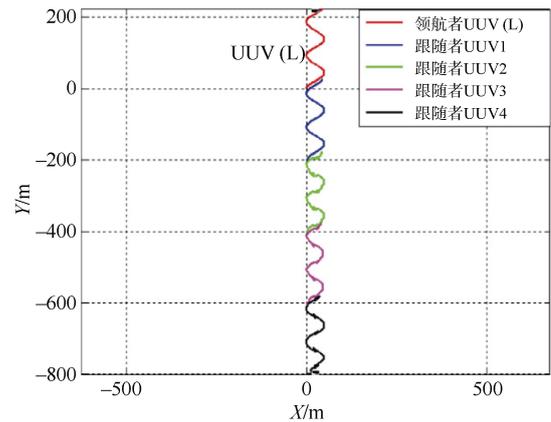


图 4 多 UUV 一字型编队轨迹图

Fig.4 Trajectory of multi-UUVs in-line formation

当指令改变为

$$(l_{x1}^d = 200, l_{y1}^d = 300), (l_{x2}^d = -200, l_{y2}^d = 300)$$

$$(l_{x3}^d = 400, l_{y3}^d = 600), (l_{x4}^d = -400, l_{y4}^d = 600)$$

时, 形成一个大雁型的 UUV 编队队形。

仿真结果如图 5 所示。

根据仿真结果可知: 在图 3-5 中可以看出, 通过发送控制跟随者 UUV 与领航者之间距离的指令, 分别形成了五边形、一字型和大雁型 UUV 编队队形, 且 4 个跟随者 UUV 与领航者 UUV 在 X、

Y方向上的距离、跟踪误差随时间的变化均呈收敛趋势, 符合要求。

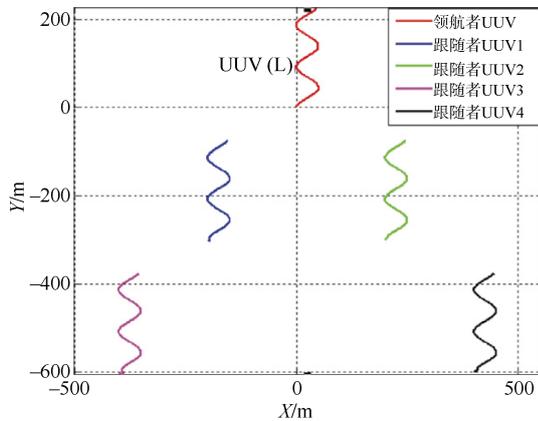


图5 多UUV大雁型编队轨迹图

Fig.5 Trajectory of multi-UUV geese-shaped formation

根据分析可知: 仿真结果与理论相符, 跟随者UUV的各项数据在发生变化后能够很快通过控制器进行调整并趋于收敛, 达到预设要求。由此可以得到4个跟随者UUV能够很好地跟随领航者UUV的结论, 这里设计的编队控制器是正确可行的, 能够有效实现自适应编队设计。

#### 4 结束语

本文针对单水下无人航行器的水平面路径跟踪和多水下无人航行器的水平面编队控制方法进行了研究, 通过滑模的方法解决了基于领航者-跟随者的多UUV的协同编队问题。本文设计的控制器并未考虑的外界干扰、通信延时、队形的变换和优化等问题, 这些问题尚需进一步深入研究。

#### 参考文献

[1] 曾环, 严浙平. 混合式多智能体技术在UUV协调控制中的应用[J]. 信息技术, 2006(8): 49-55.

- [2] 高伟, 杨建, 刘菊, 等. 基于水声通信延迟的多UUV协同定位算法[J]. 系统工程与电子技术, 2014, 36(3): 539-545.
- [3] 王爱兵, 严浙平. 不同优先级的多水下机器人避碰技术研究[J]. 微计算机信息, 2007, 23(5-2): 232-233, 253.
- [4] 秦宇翔, 李一平, 徐红丽. 基于人工势场和模糊规则的多水下机器人队形控制方法[J]. 计算机测量与控制, 2012, 20(8): 2105-2107, 2120.
- [5] CUI R X, YAN W S, XU D M, et al. Formation control of AUV based on virtual reference point[J]. Fire Control & Command, 2008(10): 53-57.
- [6] MCCUE L. Handbook of marine craft hydrodynamics and motion control[J]. IEEE Control Systems, 2016, 36(1): 78-79.
- [7] LAPIERRE L, SOETANTO D. Nonlinear path-following control of an AUV[J]. Ocean Engineering, 2007, 34(11-12): 1734-1744.
- [8] PAN W, JIANG D, PANG Y, HUANG S. Adaptive formation control algorithm for AUV on the basis of the coupled phase oscillator model[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2017, 38(1): 115-119.
- [9] QIAO L, ZHANG W. Trajectory tracking control of AUVs via adaptive fast nonsingular integral terminal sliding mode control[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2019, 16(2): 1248-1258.
- [10] LI X H, XIAO J Z, TAN J D. Modeling and controller design for multiple mobile robots formation control[C]// Robotics and Biomimetics. Shenyang: Institute of Electrical and Electronics Engineers Computer Society, 2004.
- [11] 孟威. 欠驱动水面船舶运动的非线性控制研究[D]. 大连: 大连海事大学, 2012.
- [12] PETERSEN K Y, NIJMEIJER H. Global practical stabilization and tracking for an underactuated ship—a combined averaging and backstepping approach[J]. Modeling, Identification and Control, 1999, 20(4): 189-199.

(责任编辑: 曹晓霖)