

# 基于谱分析原理和频率响应法的舰船纵摇运动分析

张 钰

(海军研究院, 上海 200235)

**摘 要** 为了掌握高海况下舰船的纵摇运动规律并对其进行准确预报, 分析了舰船的纵摇运动规律。运用谱分析原理和频率响应法, 分别在4级、5级和6级海况下, 根据海浪谱密度函数和舰船的纵摇频率响应函数, 求得其纵摇运动谱密度函数; 再运用公式推导, 得到其纵摇运动的时域函数; 使用MATLAB仿真软件对舰船进行纵摇运动仿真, 得到3种高海况条件下的舰船纵摇运动时域函数图像, 并验证仿真结果的准确性。仿真结论: 在高海况下, 海况等级对舰船纵摇影响显著, 海况等级越高, 舰船纵摇的角度值范围就越大。以某型舰船为例的预报结果: 在4级海况下, 舰船纵摇的幅度在 $\pm 6^\circ$ 之间; 在5级海况下, 舰船纵摇的幅度在 $\pm 15^\circ$ 之间; 在6级海况下, 舰船纵摇幅度可以达到 $\pm 30^\circ$ 之间。

**关键词** 谱分析原理; 频率响应法; 舰船纵摇

中图分类号 TB126

文献标识码 A

文章编号 2096-5753(2020)04-0314-09

DOI 10.19838/j.issn.2096-5753.2020.04.006

## Analysis of Ship Pitching Motion Based on Spectrum Analysis Principle and Frequency Response Method

ZHANG Yu

(Naval Research Academy, Shanghai 200235, China)

**Abstract** In order to grasp the law of ship pitching motion at abominable sea state and make accurate prediction, this paper analyzes the law of the ship pitching motion. Adopting the principle of spectrum analysis and frequency response method, the ship pitching motion spectral density function is obtained based on the wave spectral density function and the ship pitching frequency response function at sea state 4, 5 and 6. Three types of Time-Domain function images of the ship pitching motion at abominable sea state are obtained from the simulation of ship pitching motion using MATLAB, and the accuracy of the simulation has been verified. The simulation result indicates that the sea state level has a significant effect on the ship pitch at abominable sea state, which means the higher the sea state level is, the greater the range of the ship pitch angle value will be. Taking a certain type of ship as an example, the prediction result shows that at sea state 4, the pitch of the ship is within  $\pm 6^\circ$ ; at sea state 5, the pitch of the ship is within  $\pm 15^\circ$ ; at sea state 6, the pitch of the ship is within  $\pm 30^\circ$ .

**Key words** principle of spectral analysis; frequency response; ship pitch

## 0 引言

舰船在海上行驶时, 由于受到复杂海况的影响, 会不断发生摇荡运动, 尤其是在高海况下, 将对舰

船的航行安全性、舒适性和作业能力有着重要影响。其中, 纵摇运动指的是船体绕横轴的回转振荡运动, 是舰船耐波性分析中的一个重要指标, 是造成舰船失速、抨击、上浪、船体结构损伤和船员晕船的主

要原因<sup>[1]</sup>。为了掌握高海况下舰船的纵摇运动规律并对其进行准确预报, 本文将基于谱分析原理和频率响应法对舰船的纵摇运动规律进行分析。

### 1 谱分析原理

本文将随机海浪看作不同单元波的叠加, 而单元谐波的组成情况可以用海浪谱来表示。在波浪理论中, 谱分析主要应用于预报海浪的运动、确定波浪对物体的响应以及模拟波浪运动等方面<sup>[2]</sup>。

谱密度函数是运用谱分析原理进行海浪预报时的重要参考依据, 其定义方法如下:

$x(t)$  表示随机过程,  $x_T(t)$  为其限定了定义域的函数, 并令其满足:

$$x_T(t) = \begin{cases} x(t), & -T \leq t \leq T \\ 0, & T < |t| \end{cases} \quad (1)$$

根据傅里叶变换, 可以将式 (1) 写为

$$x_T(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X_T(\omega) e^{j\omega t} d\omega = \int_{-\omega T}^{\omega T} X_T(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (2)$$

$$X_T(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} x_T(t) e^{-j\omega t} dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-T}^T x_T(t) e^{-j\omega t} dt \quad (3)$$

其中, 本文定义

$$S_{x1}(\omega) = \lim_{2T \rightarrow \infty} \frac{2\pi}{2T} |X_T(\omega)| \quad (4)$$

为双边谱密度函数, 其定义域为  $(-\infty, \infty)$ 。由于谱密度函数与相关函数相互关联, 其中从频域角度来描写随机过程的为谱密度函数, 而从时域角度描写随机过程为相关函数。由维纳-辛钦定理可知, 运用傅里叶变换可以实现双边谱密度函数与自相关函数的相互转换

$$S_{x1}(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} R_x(\tau) \cos \omega \tau d\tau \quad (5)$$

然而在实际应用中, 变量  $\omega$  无法实现在  $(-\infty, \infty)$  内取值, 只能在  $(0, \infty)$  上对双边谱密度函数进行取值, 此时谱密度函数即为单边谱密度, 二者关系如下:

$$S_x(\omega) = 2S_{x1}(\omega) \quad 0 \leq \omega < \infty \quad (6)$$

本文中研究的谱密度函数为单边谱密度函数。根据函数曲线下的面积等于随机过程的方差这一特性, 已知一个随机过程的谱密度, 就可求其方差值, 并根据其分布特征得到随机过程的数据, 使随机过程的预报具有确定性<sup>[3]</sup>。

### 2 频率响应法

海面上的舰船在不规则波浪的作用下发生运动的过程, 可以从物理学中的能量转换概念对其进行解释说明。这种方法的基本原理为: 将舰船看成一个能量转换器, 将海浪造成的不规则波  $\zeta(t)$  视为输入信号, 经过其转化为作为输出信号  $y(t)$  的舰船的机械能, 其中纵摇运动参数可以作为输出信号  $y(t)$ 。图 1 给出了该转换关系的示意图。

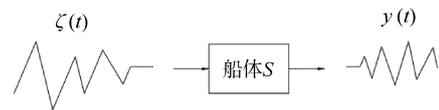


图 1 输入与输出的转换  
Fig. 1 Conversion of input and output

其中, 一个系统响应如果是可叠加的并且是线性的, 那么这个系统为线性系统。在分析舰船在不规则平波浪中的运动状态时, 通常将船舶视为一个时间恒定的线性系统。因此当风浪为平稳随机过程时, 风浪引起舰船的运动也是一个平稳随机过程。由正态分布的特点可知, 经线性变换得到正态随机过程同样也是一个正态随机过程。那么, 如果舰船作为时间恒定的线性系统, 当风浪是正态随机过程的情况下, 由此造成的船舶运动也是正态随机过程, 其幅值符合瑞利分布。

由于随机海浪的影响, 舰船运动可以用频域范围内的频率响应法来表示。该线性系统中的输入信号  $x(t)$  和输出信号  $y(t)$  之间的关系, 可以用常系数线性微分方程来表示

$$b_n \frac{d^n y}{dt^n} + b_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + b_0 y = a_m \frac{d^m x}{dt^m} + a_{m-1} \frac{d^{m-1} x}{dt^{m-1}} + \dots + a_0 x \quad (7)$$

本文假定  $n \geq m, -\infty < t < +\infty$ 。将其进行拉普拉

斯变换可得

$$(b_n S^n + b_{n-1} S^{n-1} + \dots + b_0)Y(S) = (a_m S^m + a_{m-1} S^{m-1} + \dots + a_0)X(S) \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} X(S) &= \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-St} dt \\ Y(S) &= \int_{-\infty}^{\infty} y(t)e^{-St} dt \\ S &= a + j\omega \end{aligned} \quad (9)$$

将上式整理得

$$Y(S) = H(S)X(S) \quad (10)$$

其中

$$H(S) = \frac{Y(S)}{X(S)} = \frac{a_m S^m + a_{m-1} S^{m-1} + \dots + a_0}{b_n S^n + b_{n-1} S^{n-1} + \dots + b_0} \quad (11)$$

$H(S)$  为线性系统的传递函数, 其特点为传递函数仅与系统的特性有关, 而与输入信号、输出信号等其他因素无关。当  $S$  为纯虚数时, 即  $S=j\omega$  时, 式 (11) 可改写如下:

$$\begin{aligned} H(j\omega) &= \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = \\ &= \frac{a_m (j\omega)^m + a_{m-1} (j\omega)^{m-1} + \dots + a_0}{b_n (j\omega)^n + b_{n-1} (j\omega)^{n-1} + \dots + b_0} \end{aligned} \quad (12)$$

该式即为频率响应函数, 其中:  $|H(\omega)|$  表示输出对输入的幅值比;  $|H(\omega)|^2$  表示响应幅值算子<sup>[4]</sup>。

由谱分析的特点可知, 当一个系统为线性系统时, 其中输出的谱密度函数为输入的谱密度函数与系统的响应幅值算子的乘积, 如下式所示

$$S_y(\omega) = S_x(\omega)|H(j\omega)|^2 \quad (13)$$

根据式 (13) 即可求得输出信号的谱密度函数, 通过对其进行相应的推导, 就可以得到作为输出信号的舰船的纵摇运动规律。

这种运动分析方法的优点为: 可以通过谱密度来表示随机过程的能量, 利用频率响应法的原理, 可以将随机过程中的随机海浪与其引起的舰船随机运动之间的不确定关系转化为一个确定关系, 这种确定关系可以用频率响应函数表示。

为得到高海况下舰船纵摇运动的规律, 本文分别选取 4 级海况、5 级海况以及 6 级海况 3 种高海况进行分析。

### 3 海况特点及海浪谱密度公式

为了更好地分析海上风浪, 人们根据蒲福 (Beaufort) 风级表将海面风速大小分为 0-12 共 13 个风级, 将海况等级按照海面特征分为 0-9 共 10 级。其中 4 级、5 级以及 6 级的海况等级参数见表 1, 根据这 3 个海况等级对应的海面征象, 根据蒲福风级表 (Beaufort) 可以得出与之相对应的海面风级, 如表 2 所示<sup>[5]</sup>。

表 1 海况等级表  
Table 1 Sea state scale

海况等级	海面征象
4	波浪具有显著形状, 波顶急剧翻到, 到处形成“白浪”
5	出现高大波浪, 波顶上的浪花层占很大面积, 风开始从波顶上削去浪花
6	波峰呈现风暴雨, 峰顶上削去的浪花开始一条条地沿着波浪斜面伸长

表 2 蒲福风级表  
Table 2 Beaufort scale

风级	名称	风速		海面征象
		/kn	/(m·s <sup>-1</sup> )	
6	清劲风	17~21	8.0~10.7	中浪, 具有较显著的长波形状, 许多白浪形成
7	强风	22~27	10.8~13.8	大浪开始形成, 带有白色浪花的波峰接触目皆是
8	疾风	28~33	13.9~17.1	大浪, 碎浪的白色浪花开始沿风向被吹成带状

利用频率响应法来预测舰船在不规则风浪中的纵摇特性时, 首先需要对舰船航行海区的风浪谱密度进行估算。由于实际测量某个海区的海浪谱较为困难, 因此一些海洋领域以及船舶制造领域的专家学者根据大量的海上观测和理论工作得到了各种海浪谱的公式, 其中包括 P-M 谱、ITTC 谱、JONSWAP 谱以及方向谱等。由于目前采用的大多数标准波谱主要是基于 P-M 谱的形式建立, 因此本文采用 P-M 谱对海浪进行分析<sup>[6]</sup>。该谱由皮尔逊和莫斯科维奇根据在海上测得的大量数据分析而成, 两人于 1964 年提出了如下的谱公式<sup>[7]</sup>:

$$S_{\zeta} = \frac{A}{\omega^5} \exp\left(-\frac{B}{\omega^4}\right) \quad (14)$$

式中:  $A=0.008 \text{ 1g}^2$ ;  $B=0.74 (g/U)^4$ ;  $g$  为重力加

速度;  $U$  为离海面 19.5 m 处的风速。本文采用式 (13) 作为海浪谱密度公式。

### 4 纵摇运动分析

#### 4.1 运动方程的建立与求解

运用切片法<sup>[8]</sup>对船舶在波中的纵摇和垂荡的耦合运动进行分析。

在分析船体某切片的受力前, 首先对其切片的运动进行分析, 当船体作为小幅度纵摇和垂荡运动时, 可以认为船体切片作垂向运动。对运动坐标系  $G$ - $XYZ$  中  $X$  处船体横剖面的运动进行分析, 见图 2 所示。

切片随重心上升了  $z$ , 由于纵摇下降了  $-X \sin \theta$ , 近似为  $-X \theta$ 。此时剖面出的波面坐标为  $\zeta$ , 根据式 (15) 求得该剖面与波面的垂向相对位置为

$$z_R = z - X\theta - \zeta \quad (15)$$

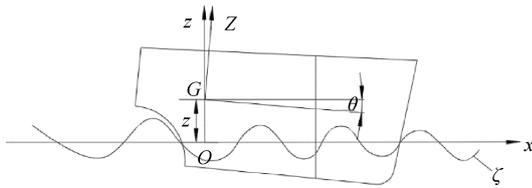


图 2 船体横剖面切片的运动  
Fig. 2 Motion of the hull cross section

当波浪运动导致切片受到外力并引起切片运动时, 在对其进行分析时需要考虑流场内史密斯效应的影响因素<sup>[9]</sup>。本文使用等效波对其进行计算, 而不是直接用表面波的升高来进行相关计算。实际应用中, 通常将等效波的深度用其切片平均的吃水深度来表示<sup>[10]</sup>。因此, 若水线以下切片面积为  $S$ , 切片宽度为  $2b$ , 则平均吃水为

$$T_m = \frac{S}{2b} \quad (16)$$

可知其等效波面方程为

$$\zeta^* = e^{-kT_m} \zeta_A \cos(kx \cos \beta - ky \sin \beta + \omega_e t) \quad (17)$$

对于切片来说, 有 3 种流体动力作用在垂向运动的切片上, 其中包括流体静力、兴波阻力以及附加惯性力。

首先, 考虑流体静力, 由于切片吃水的变化, 单位长度的上浮力为

$$F_1' = -2\rho g b(z - X\theta - \zeta^*) \quad (18)$$

其次, 考虑兴波阻力, 对式 (15) 进行微分可以得到切片垂向速度

$$\dot{z}_R = \frac{d}{dt}(z - X\theta - \zeta^*) = \dot{z} - X\dot{\theta} - \theta \frac{dX}{dt} - \dot{\zeta}^* \quad (19)$$

当船在以速度  $V$  在水中前进时, 在半固定坐标系上观察船的运动就相当于观察该剖面通过空间某固定位置时的情况, 即

$$x_0 = Vt + X = \text{常数} \quad (20)$$

$$\frac{dX}{dt} = -V \quad (21)$$

可推导出

$$\dot{z}_R = \dot{z} - X\dot{\theta} + V\theta - \dot{\zeta}^* \quad (22)$$

这里的阻尼力为与速度成正比的力, 当阻尼系数  $N_H$  时, 切片上的阻尼力如下

$$F_2' = -N_H(\dot{z} - X\dot{\theta} + V\theta - \dot{\zeta}^*) \quad (23)$$

同时, 还需要考虑附加惯性力对其产生的影响。当切片发生运动时, 附加质量产生的动力为

$$M_H(\ddot{z} - X\ddot{\theta} + 2V\dot{\theta} - \ddot{\zeta}^*) \quad (24)$$

式中  $M_H$  为单位切面的附加质量。

由于动量的变化率即为附加惯性力, 因此

$$\begin{aligned} F_3' = & -\frac{d}{dt} M_H(\dot{z} - X\dot{\theta} + V\theta - \dot{\zeta}^*) = \\ & -M_H(\ddot{z} - X\ddot{\theta} - \frac{dX}{dt}\dot{\theta} + V\dot{\theta} - \ddot{\zeta}^*) - \\ & \frac{dM_H}{dX} \frac{dX}{dt} (\dot{z} - X\dot{\theta} + V\theta - \dot{\zeta}^*) = \\ & -M_H(\ddot{z} - X\ddot{\theta} + 2V\dot{\theta} - \ddot{\zeta}^*) + \\ & V \frac{dM_H}{dX} (\dot{z} - X\dot{\theta} + V\theta - \dot{\zeta}^*) \end{aligned} \quad (25)$$

式中  $\frac{dM_H}{dX}$  为附加质量沿船长的变化率。

垂荡力  $F_z$  以及纵摇力矩  $M_\theta$  由船舶运动而产生, 并作用在船体本身上, 因此将以上计算的力沿着船体的方向从船尾至船头做积分计算, 可以求得垂荡力  $F_z$  以及纵摇力矩  $M_\theta$  的表达式:

$$F_z = \int_L (F_1' + F_2' + F_3') dX \quad (26)$$

$$M_\theta = \int_L X(F_1' + F_2' + F_3') dX \quad (27)$$

由于物体加速度的大小与作用力成正比, 同时

已知船舶的惯性力与外力平衡,因此船体垂荡和纵摇运动方程如下:

$$\frac{D}{g}\ddot{z} = F_z \quad (28)$$

$$I_{YY}\ddot{\theta} = M_\theta \quad (29)$$

式中:  $D$  为排水量;  $I_{YY}$  为纵向惯性矩。

将各力的表达式代入上式,可以得到其运动方程

$$\begin{cases} a_{zz}\ddot{z} + b_{zz}\dot{z} + c_{zz}z + a_{z\theta}\ddot{\theta} + b_{z\theta}\dot{\theta} + c_{z\theta} = \\ F_{zc} \cos \omega_e t + F_{zs} \sin \omega_e t \\ a_{\theta\theta}\ddot{\theta} + b_{\theta\theta}\dot{\theta} + c_{\theta\theta}\theta + a_{\theta z}\ddot{z} + b_{\theta z}\dot{z} + c_{\theta z}z = \\ F_{\theta c} \cos \omega_e t + F_{\theta s} \sin \omega_e t \end{cases} \quad (30)$$

各系数算式如下:

$$\begin{cases} a_{zz} = \frac{D}{g} + \int_L M_H dX \\ b_{zz} = \int_L N_H dX \\ c_{zz} = 2\rho g \int_L b dX \\ a_{z\theta} = -\int_L M_H X dX \\ b_{z\theta} = -\int_L N_H X dX + V \int_L M_H dX \\ c_{z\theta} = -2\rho g \int_L b X dX + V \int_L N_H dX \\ a_{\theta\theta} = I_{yy} + \int_L M_H X^2 dX \\ b_{\theta\theta} = \int_L N_H X^2 dX \\ c_{\theta\theta} = 2\rho g \int_L N_H X^2 dX - V \int_L N_H X dX - \\ V^2 \int_L M_H dX \\ a_{\theta z} = -\int_L M_H X dX \\ b_{\theta z} = -\int_L N_H X dX - V \int_L M_H dX \\ c_{\theta z} = -2\rho g \int_L b X dX \end{cases} \quad (31)$$

式中:  $D$  为排水量;  $V$  为航速;  $\rho$  为水的密度;  $g$  为重力加速度;  $M_H$  为各切片的附加质量;  $N_H$  为各切片的阻尼系数;  $b$  为水下面半宽;  $I_{YY}$  为船体纵向惯性矩。

波浪对船体的水动力系数和扰动力矩系数如下<sup>[11]</sup>:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} F_{zc} \\ F_{zs}} \end{pmatrix} &= \omega \int_L e^{-kT_m} N_H \begin{pmatrix} \sin k^* X \\ -\cos k^* X \end{pmatrix} dX - \\ &\omega \omega_e \int_L e^{-kT_m} M_H \begin{pmatrix} \cos k^* X \\ \sin k^* X \end{pmatrix} dX + \\ &2\rho g \int_L e^{-kT_m} b \begin{pmatrix} \cos k^* X \\ \sin k^* X \end{pmatrix} dX \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} F_{\theta c} \\ F_{\theta s} \end{pmatrix} &= \omega \int_L e^{-kT_m} N_H X \begin{pmatrix} -\sin k^* X \\ \cos k^* X \end{pmatrix} dX + \\ &\omega \omega_e \int_L e^{-kT_m} M_H X \begin{pmatrix} \cos k^* X \\ \sin k^* X \end{pmatrix} dX - \\ &\omega V \int_L e^{-kT_m} M_H X \begin{pmatrix} \sin k^* X \\ -\cos k^* X \end{pmatrix} dX - \\ &2\rho g \int_L e^{-kT_m} b X \begin{pmatrix} \cos k^* X \\ \sin k^* X \end{pmatrix} dX \end{aligned} \quad (33)$$

式中:  $T_m = S/2b$ ;  $S$  为切片水下面积;  $k^* = k \cos \beta$ ,  $k = \omega^2/g$  表示波数;  $\int_L$  表示在忽略端处影响时的沿船长积分。此外,在上述各表达式中假定波幅为 1。

设此方程的解具有如下形式:

$$\begin{aligned} z &= z_c \cos \omega_e t - z_s \sin \omega_e t = z_0 \cos(\omega_e t + \varepsilon_{z\xi}) \\ \theta &= \theta_c \cos \omega_e t - \theta_s \sin \omega_e t = \theta_0 \cos(\omega_e t + \varepsilon_{\theta\xi}) \end{aligned} \quad (34)$$

解得:

$$z_0 = \sqrt{\frac{K^2 + L^2}{M^2 + N^2}} \quad (35)$$

$$\theta_0 = \sqrt{\frac{H^2 + T^2}{M^2 + N^2}} \quad (36)$$

其中参数表达式为

$$\begin{cases} M = [(-a_{z\theta}\omega_e^2 + c_{z\theta})(-a_{\theta z}\omega_e^2 + c_{\theta z}) - b_{z\theta}b_{\theta z}\omega_e^2] - \\ [(-a_{zz}\omega_e^2 + c_{zz})(-a_{\theta\theta}\omega_e^2 + c_{\theta\theta}) - b_{\theta\theta}b_{zz}\omega_e^2] \\ N = [b_{z\theta}\omega_e(-a_{\theta z}\omega_e^2 + c_{\theta z}) + b_{\theta z}\omega_e(-a_{z\theta}\omega_e^2 + c_{z\theta})] - \\ [b_{zz}\omega_e(-a_{\theta\theta}\omega_e^2 + c_{\theta\theta}) + b_{\theta\theta}\omega_e(-a_{zz}\omega_e^2 + c_{zz})] \\ K = [F_{\theta c}(-a_{z\theta}\omega_e^2 + c_{z\theta}) + F_{\theta s}b_{z\theta}\omega_e] - \\ [F_{zc}(-a_{\theta\theta}\omega_e^2 + c_{\theta\theta}) + F_{zs}b_{\theta\theta}\omega_e] \\ L = [F_{\theta c}b_{z\theta}\omega_e - F_{\theta s}(-a_{z\theta}\omega_e^2 + c_{z\theta})] - \\ [F_{zc}b_{\theta\theta}\omega_e - F_{zs}(-a_{\theta\theta}\omega_e^2 + c_{\theta\theta})] \\ H = [F_{zc}(-a_{\theta z}\omega_e^2 + c_{\theta z}) + F_{zs}b_{\theta z}\omega_e] - \\ [F_{\theta c}(-a_{zz}\omega_e^2 + c_{zz}) + F_{\theta s}b_{zz}\omega_e] \\ T = [F_{zc}b_{\theta z}\omega_e - F_{zs}(-a_{\theta z}\omega_e^2 + c_{\theta z})] - \\ [F_{\theta c}b_{zz}\omega_e - F_{\theta s}(-a_{zz}\omega_e^2 + c_{zz})] \end{cases} \quad (37)$$

当海浪波幅为单位波幅时,方程的解表示单位波幅引起的纵摇和垂荡运动特性,船舶纵摇运动与船舶垂荡运动的频率响应函数可以分别用幅值  $\theta_0$  和  $z_0$  表示。

由于只需要分析船舶在漂泊状态下的纵摇情

况, 因此取该状态下的船速  $V=0$ 。同时切片的附加质量以及各切片的阻尼系数此种状态下不是影响船舶纵摇情况的主要因素, 因此对其做简化分析, 取  $M_H=0, N_H=0$ 。将上式整理化简得:

$$\left\{ \begin{aligned} M &= -\frac{D}{g} I_{YY} \omega_e^4 + D \omega_e^2 \rho g b L^2 + I_{YY} \omega_e^2 \rho g b L \\ N &= 0 \\ K &= -\frac{2}{k^*} \rho g b e^{-kTm} [(-\rho g b L^2)(L \sin k^* L + \\ &\quad \frac{1}{k^*} \cos k^* L) + \sin k^* L (\frac{1}{3} \rho g b L^3 - I_{YY} \omega_e^2)] \\ L &= \frac{2}{k^*} \rho g b e^{-kTm} [(2\rho g b L - \frac{D}{g} \omega_e^2)(L \sin k^* L + \\ &\quad \frac{1}{k^*} \cos k^* L) + \rho g b L^2 (\frac{1}{k^*} \sin k^* L - L \cos k^* L)] \\ H &= \frac{2}{k^*} \rho g b e^{-kTm} [-\rho g b L^2 \sin k^* L + \\ &\quad (2\rho g b L - \frac{D}{g} \omega_e^2)(L \sin k^* L + \frac{1}{k^*} \cos k^* L)] \\ T &= \frac{2}{k^*} \rho g b e^{-kTm} [\rho g b L^2 \sin k^* L - \\ &\quad (2\rho g b L - \frac{D}{g} \omega_e^2)(\frac{1}{k^*} \sin k^* L - L \cos k^* L)] \end{aligned} \right. \quad (38)$$

#### 4.2 基于频率响应法的某船纵摇运动分析

设纵摇运动时域函数为  $S_p(t)$ , 谱密度函数为  $S_p(\omega)$ , 基于频率响应法可以得到输入谱密度与输出谱密度函数之间的关系

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{S_p(\omega)}{S_\zeta(\omega)} \quad (39)$$

可推导出纵摇谱密度函数为

$$S_p(\omega) = |H(j\omega)|^2 S_\zeta(\omega) = \sqrt{\frac{K^2 + L^2}{M^2 + N^2}} \left[ \frac{A}{\omega^5} \exp(-\frac{B}{\omega^4}) \right] \quad (40)$$

本文假定舰船纵摇角度是一个各态历经的平稳随机过程, 切均值为 0。由纵摇谱密度得出纵摇时域函数的核心为快速傅里叶变换, 由于纵摇谱密度函数与其离散采样点的信号频谱具有确定关系, 因此, 在谱密度函数上进行离散采样, 即可构造出纵摇运动的频谱函数, 再通过对其进行傅里叶变换, 即可得到纵摇运动的时域函数。刘献栋等<sup>[12]</sup>

给出了谱密度与离散形式的时间信号之间的关系, 如式 (41) 所示。

纵摇运动时域函数为

$$S_p(\omega_k) = S_p(k) = \frac{2}{N\Delta t} \left| \sum_{t=0}^{N-1} x(t\Delta t) e^{\frac{2\pi k t j}{N} \Delta t} \right|^2 = \frac{2\Delta t}{N} \left| \sum_{t=0}^{N-1} x_t e^{\frac{2\pi k t j}{N}} \right|^2 = \frac{2\Delta t}{N} |X_k|^2 \quad (41)$$

式中:  $X_k = \sum_{t=0}^{N-1} x_t e^{\frac{2\pi k t j}{N}}$  为  $x_t (t=0, 1, \dots, N-1)$  的离散傅里叶变换。

在选取  $\Delta t$  时应注意满足  $\Delta t \leq \frac{1}{f_t}$  (其中  $f_t$  为最大采样频率), 以避免发生频率混叠效应。可以得到离散傅里叶变换的模值

$$|X_k| = \sqrt{\frac{N}{2\Delta t} S_r(\omega_k)} \quad (k=0, 1, 2, \dots, \frac{N}{2}) \quad (42)$$

式中:  $\omega_k = k\Delta\omega_0$  ( $\omega_0$  为参考空间频率, 取  $\omega_0 = 0.1 \text{ s}^{-1}$ )。由于  $X_k$  为复数, 设相位角为  $\varphi_k$ , 则可以得出

$$X_k = |X_k| e^{j\varphi_k} \quad (k=0, 1, 2, \dots, \frac{N}{2}) \quad (43)$$

式中  $\varphi_k$  可以再  $[0, 2\pi]$  内随机取值。对式 (43) 中得到的  $X_k (k=0, 1, 2, \dots, \frac{N}{2})$  进行补齐, 可以得到

$X_k (k=0, 1, 2, \dots, \frac{N}{2}, \frac{N}{2} + 1, \dots, N-1)$ 。对  $X_k$  进行离散傅里叶变换即可得到母船纵摇幅度函数  $\psi(t)/\text{rad}$ , 再对其进行弧度与角度转换即可得到纵摇幅度的角度变化规律。

#### 4.3 相关参数的计算和选取

根据已知资料, 某船的参数如下: 船体排水量  $D=512 \text{ t}=5\,120\,000 \text{ N}$ , 水的密度  $\rho=1\,000 \text{ kg/m}^3$ , 重力加速度  $g=9.8 \text{ m/s}^2$ , 船体纵摇惯性矩  $I_{YY}=1.1428 \times 10^{13} \text{ kg}\cdot\text{mm}^2$ , 水线面宽度  $b=50 \text{ m}$ 。在考虑波动引起切片的受力时, 在工程计算中, 一般取切片平均吃水作为等效波的深度。由该船参数可知  $T_m=2.464 \text{ m}$ , 浪向角  $\beta=0^\circ$ , 波数  $k=k^*=\omega^2/g$ , 船长  $L=55.15 \text{ m}$ 。

### 4.4 基于 MATLAB 的纵摇运动仿真

根据上述海况条件，基于 MATLAB 软件对某型舰船进行纵摇运动仿真。取采样频率  $f=50$  Hz，分别

对 4 级，5 级和 6 级海况下 UUV 的纵摇幅度进行随机仿真，得到如下结果，如图 3-5 所示。其横坐标为时间  $t/s$ ，纵坐标为纵摇幅度的角度值  $\Psi(t) / (^\circ)$ 。

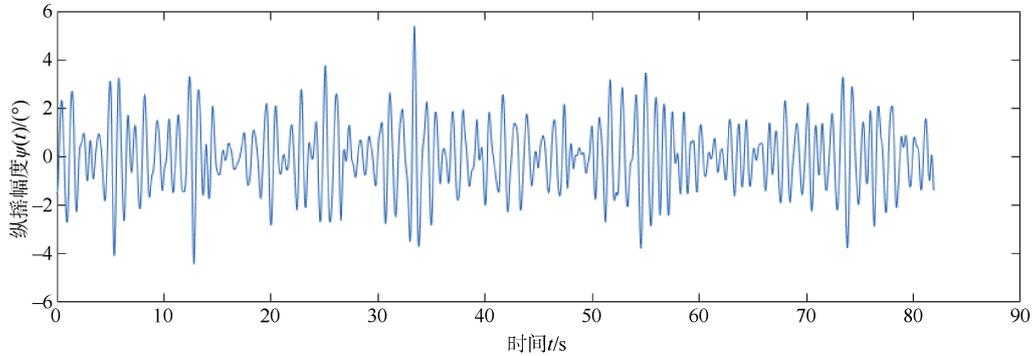


图 3 4 级海况下舰船纵摇幅度

Fig. 3 UUV pitch amplitude at sea state 4

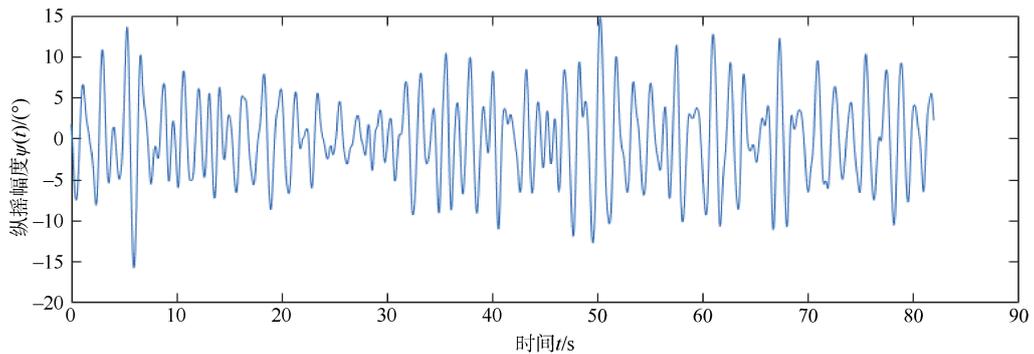


图 4 5 级海况下舰船纵摇幅度

Fig. 4 UUV pitch amplitude at sea state 5

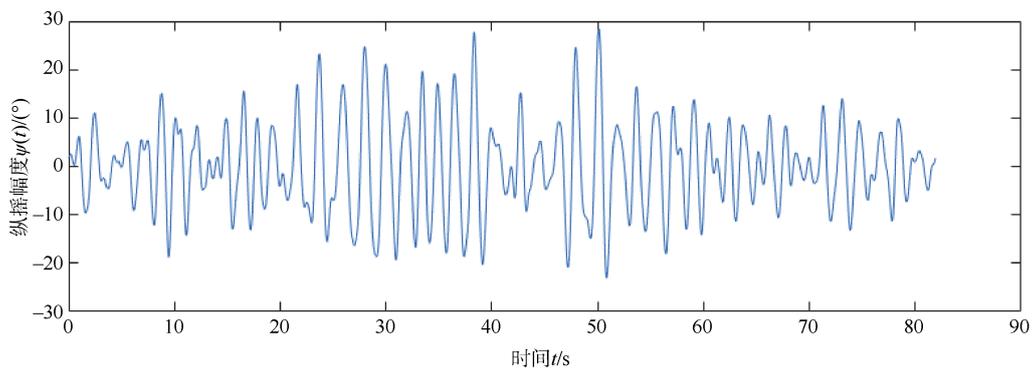


图 5 6 级海况下舰船纵摇幅度

Fig. 5 UUV pitch amplitude at sea state 6

为了验证纵摇运动仿真的准确性，本文利用由图 3-5 中纵摇幅度时域函数求得的纵摇谱

密度函数与根据相关参数计算得到的纵摇谱密度函数  $S_{p_1}(\omega)$ 、 $S_{p_2}(\omega)$ 、 $S_{p_3}(\omega)$  进行对比。对比

结果如图 6-8 所示。其中直线表示由已知参数求出的纵摇谱密度函数, 星号表示由纵摇时域函数得到的纵摇运动谱密度函数。可见: 在 3

组对比图中, 2 种方法得到的纵摇谱密度函数拟合程度较高, 因此可以验证 3 组仿真具有准确性。

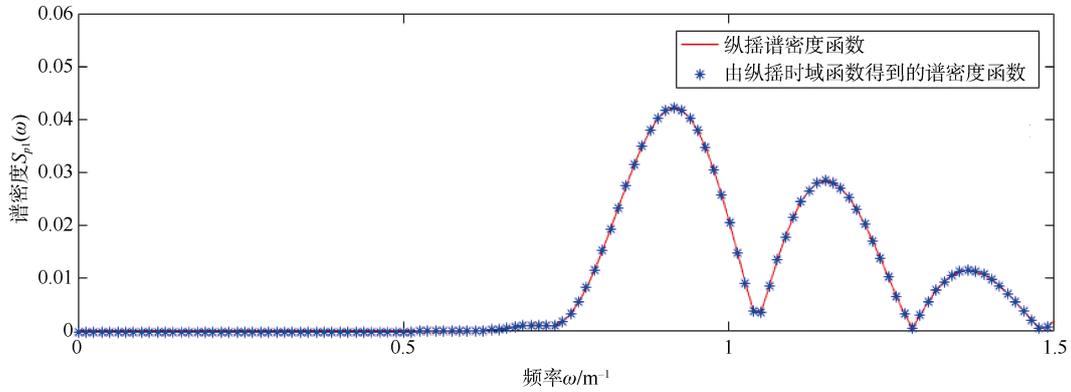


图 6 4 级海况下纵摇谱密度对比图  
Fig. 6 Roll spectrum density contrast chart at sea state 4

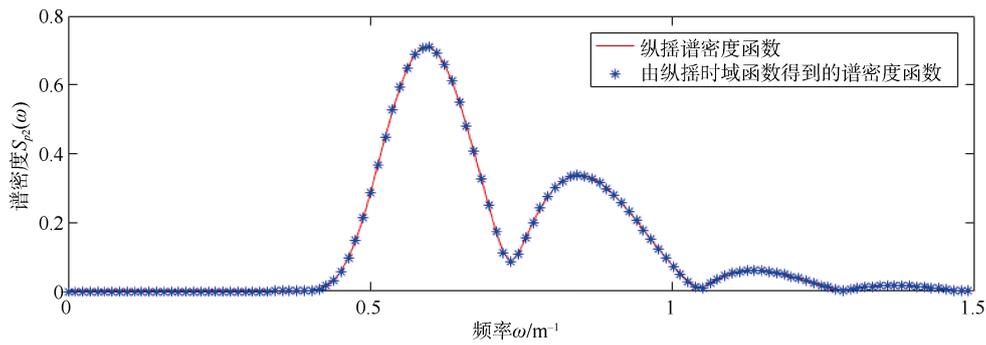


图 7 5 级海况下纵摇谱密度对比图  
Fig. 7 Roll spectrum density contrast chart at sea state 5

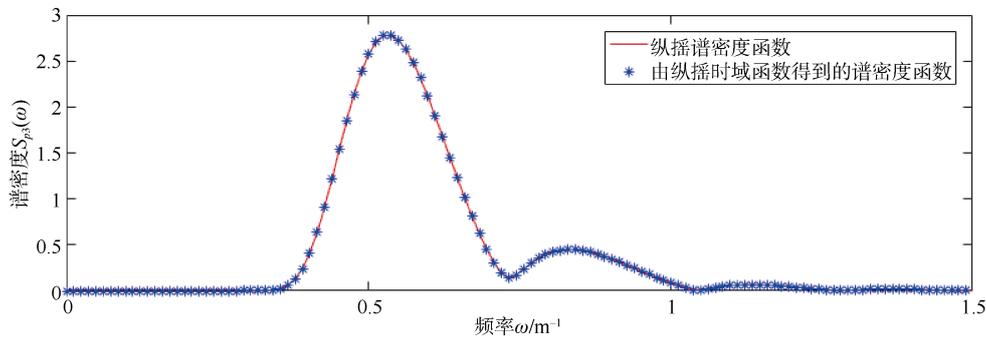


图 8 6 级海况下纵摇谱密度对比图  
Fig. 8 Roll spectrum density contrast chart at sea state 6

在高海况下,海况等级对舰船纵摇影响显著。其中,海况等级越高,舰船纵摇的角度值就越大。该舰船的纵摇预报结果为:在4级海况下,母船纵摇的幅度在 $\pm 6^\circ$ 之间;在5级海况下,母船纵摇的幅度在 $\pm 15^\circ$ 之间;在6级海况下,母船纵摇幅度可以达到 $\pm 30^\circ$ 之间。

## 5 结束语

本文研究了高海况下舰船的纵摇运动规律,基于谱分析原理和频率响应法对舰船的纵摇运动规律进行分析,并对某型舰船在特定海况等级下的纵摇幅度进行仿真,依据仿真结论对其纵摇幅度进行预报,为分析舰船在复杂海况下的运动规律提供了一种研究思路。总的来说,本文仅在理论层面对这一问题进行了初步研究,真实海况条件远比本文所分析的情况复杂得多,为获取更全面的复杂海况下舰船运动规律,我们建议通过实验室模拟和实船海试等方式开展进一步的分析与研究。

## 参考文献

- [1] 韩阳. 基于水动力在线预报的舰船减纵-横摇方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2017.
- [2] 俞聿修. 随机波浪及其工程应用[M]. 大连: 大连理工大学出版社, 2000.
- [3] Brown R G, Hwang P Y C. Introduction to random signals and applied Kalman filtering[M]. New York: Wiley, 1992.
- [4] Price W G. Probabilistic theory of ship dynamics. Chapman and Hall[M]. London: Chapman & Hall, 1974.
- [5] 盛振邦, 刘应中. 船舶原理(下)[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 2004: 337-433.
- [6] 徐德伦. 由 JONSWAP 谱和 PM 谱计算的风浪波高之间的关系[J]. 海洋湖沼通报, 1987(1): 3-6.
- [7] 许景波, 边信黔, 付明玉. 随机海浪的数值仿真与频谱分析[J]. 计算机工程与应用, 2010, 46(36): 226-229.
- [8] 段文洋, 贺五洲. 高速排水型船的运动性能预报[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2001, 41(12): 82-85.
- [9] 帕利 O M, 巴依佐夫 T B, 沃罗涅诺克 E Я. 船舶结构力学手册[M]. 北京: 国防工业出版社, 1980.
- [10] 别社安, 赵子丹, 王光纶. 不规则波作用下海床面上的波浪压力计算[J]. 水利学报, 1998(3): 13-16.
- [11] 张文斌, 姚震球, 蒋志勇. 船舶稳性理论研究的方法及进展[J]. 华东船舶工业学院学报(自然科学版), 2002, 16(1): 7-11.
- [12] 刘献栋, 邓志党, 高峰. 基于逆变换的路面不平度仿真研究[J]. 中国公路学报, 2005, 18(1): 122-126.

(责任编辑: 张曼莉)