

水下气体射流的涡扩散理论模型

陈玮琪¹, 季锦梁²

(1. 北京机电工程研究所, 北京 100078; 2. 中国船舶科学研究中心, 江苏 无锡 214082)

摘要 针对移动通气孔产生的水下气体射流开展了理论研究。由于移动速度的存在, 传统的基于自相似假设的射流模型并不适用。在考虑到水气掺混过程产生的自由两相湍流特性的基础上, 基于涡扩散理论和普朗特混合长度的概念, 建立了轴对称水下气体伴随射流的力学数学新模型, 给出了伴随射流扩散过程的解析解, 由解析解计算的射流边界与实验结果吻合。

关键词 水下气体射流; 涡扩散; 伴随射流; 自由湍流

中图分类号 TJ760.1

文献标识码 A

文章编号 2096-5753(2020)01-0018-06

DOI 10.19838/j.issn.2096-5753.2020.01.004

Vortex Diffusion Theoretical Model of Underwater Gas Jet

CHEN Weiqi¹, JI Jingliang²

(1. Beijing Research Institute of Electrical and Mechanical Engineering, Beijing 100078, China;
2. China Ship Scientific Research Center, Wuxi 214082, China)

Abstract A theoretical study on the underwater gas jet produced by moving vents is carried out. Due to the existence of moving velocity, the traditional jet model based on self-similar hypothesis is not suitable. In this paper, based on the characteristics of two-phase free turbulence generated in the water-air mixing process, and utilizing the vortex diffusion theory and the concept of Plant mixing length, a new mechanical mathematical model of axisymmetric underwater coherent jet is established, and the analytical solution of the coherent jet diffusion process is given. The jet boundary calculated by the analytical solution is in good agreement with the experimental results.

Key words underwater gas jet; vortex diffusion; coherent jet; free turbulence

0 引言

流体从某种形式的孔口或狭缝射入同一种或另一种环境流体而产生的流动, 称为射流。在水利水电工程、航空航天工程以及化工、冶金、机械等众多工业领域, 都会遇到大量射流问题, 因此对射流的研究具有重要应用价值。

射流问题按环境流体介质及其运动情况有多种分类^[1]: 若射流与环境流体相同, 称为淹没射流; 若射流与环境流体不一样, 称为非淹没射流; 若射

流进入的环境流体介质静止且无界, 则称之为自由射流; 若环境流体运动, 则称之为伴随射流; 若射流是层流状态, 称为层流射流; 若射流为湍流状态, 称之为湍射流。

射流稳定后通常可分为3个区段: 势流核及其边缘剪切层的区段称为初始段, 边界层充分发展的区段为主体段, 两段之间区段为过渡段。过渡段相对很短, 通常在分析中可忽略。

理论上对于射流与环境流体相同的淹没自由射流问题研究较多^[2], 研究表明: 在自由射流主体段

的各截面上, 速度分布具有自相似性。利用这一点再结合边界层方程, Schlichting^[3]和 Bickley^[4]推导了层流射流的速度分布和流量的理论解, Gortler^[5]和 Schlichting^[6]推导了湍射流的速度分布和流量的理论解。这些经典理论解都通过了实验验证。

对于非淹没自由射流问题, 例如高速气体在水下喷射形成的射流问题, 情况就复杂的多。这时的射流是一种气水掺混的两相流, 流动形态与气体速度及空隙率有关, 可分为 3 类: 低速的泡流状态、超声速的射流状态、以及介于两者之间的泡流-射流状态, 其中的泡流状态即指射流中气体以大量小气泡形式存在。国内施红辉^[7]、戚隆溪^[8]等人对水下高速气体射流开展了实验研究, 测量了射流压力场, 探索了射流不稳定的力学机制。惠昌年^[9]利用湍流边界层方程, 从理论上研究了水下气体射流速度和空隙率在轴线上的分布规律, 与实验结果吻合的很好。

本文研究的是一种从水下航行体上的小孔射出的气体射流问题。从航行体上观察, 本问题属于非淹没伴随射流问题, 伴随流速为航行体速度。由于伴随射流存在特征速度 (即外流场速度), 因此伴随射流中的速度分布不满足自相似假设, 从而也很难给出解析解。

考虑到气体进入水中的过程是一个强烈的气水掺混过程, 水气的粘性在掺混过程中生成了大量涡量进入射流, 因此射流可以认为是一个涡量集中区域。从这个角度来看, 射流也可以用涡量扩散方程来描述, 本文对此进行了初步探索。

1 力学模型

为了改善航行性能, 水下运动航行体的表面上会布置一些通气口, 如图 1 所示。

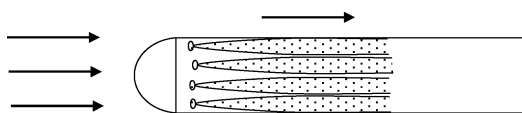


图 1 水下航行体上的气体射流示意图

Fig. 1 Schematic diagram of gas jet on underwater vehicle

图 1 中可见, 气体以较低速度从中射出, 并在航行体表面上形成一层气泡膜, 从而达到减阻等目

的。图 2 是其中 1 个单孔的气体射流流动的放大示意图。

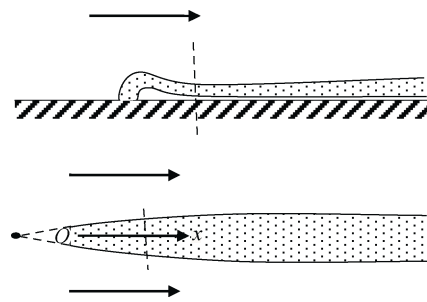


图 2 壁面上单孔气体射流示意图

Fig. 2 Schematic diagram of single hole gas jet on wall

从图 2 可看出, 气体以垂直外流速度的方向从孔中射入水流场中, 并与外流中水介质发生强烈掺混, 生成大量涡量, 并以水气混合两相形式流动。在气体射入的速度为低速条件下, 两相射流呈现为泡状流。泡状射流在外流场带动下, 射流流动向流场方向弯曲, 在经过很短距离后, 最终与外流场流动方向一致、速度相同 (图中虚线之后的部分), 并因科恩达效应贴在壁面上。

在泡状流继续向后发展过程中, 射流厚度逐渐变厚, 具体表现为水中气泡向周围扩散。分析气泡扩散的原因有 2 个。

1) 水气强烈掺混过程产生的湍流脉动挟带气泡向外扩散, 即在射流与外流的边界上, 由于湍流脉动而产生动量交换, 使得射流边界不断向外扩散。粘性也会导致边界扩散, 但粘性相对湍流脉动的作用要小得多。

2) 气泡自身的膨胀以及气泡之间的 Bjerknes 力的作用。

当通气口的气体速度较小, 或者气体压力接近外流压力时, 气泡自身的膨胀运动可忽略不计。因此本文仅研究第 1) 个原因导致的扩散。

为了从理论上研究此问题, 从上述力学过程中可提炼出以下假设。

1) 外流场是均匀定常流场, 重力场方向与流速相同。

2) 通气口极小且气体射入速度为亚声速, 流态为泡状湍流, 微气泡对流场的影响可忽略。

这个假设的含义是,由于气体密度相对水密度小近 800 倍,因此可近似认为两相流中气体成分不携带涡量,即气体成分不影响涡量的分布与扩散,而仅仅是改变两相流的密度。或者从另一个角度来看,可认为微气泡仅作为流场显示的作用而存在,类似于流体实验中用于流场显示的微气泡技术。

3) 泡状射流充分发展后(图 2 中垂直虚线之后),射流的平均速度与外流速度相等。

4) 忽略航行体壁面,射流为轴对称自由湍流。

如果从建立在流场上的动坐标系中观察,上述力学模型可描述如下(见图 3)。

在流场动坐标系中,流场静止,而航行体向左匀速运动。当航行体上通气孔位置穿过某一轴向流体截面的瞬时,通气孔中的气体射流与截面上的水介质产生强烈掺混,生成各个方向的涡量进入平面截面。当通气孔穿越截面后,因不再有新的掺混过程,所以也不再新的涡量产生。即在穿越瞬时,截面平面上的涡量是有限值,随后涡在静水中扩散。

气体从通气孔出来瞬间,与外界流体的剪切产生的涡主要是以涡环形式存在,但是由于湍流强烈的脉动与对流,涡环迅速破碎并向各个方向扩散而产生不同方向的涡。

在实际问题中航行体表面的摩擦虽然会产生新的涡量进入截面平面,但是摩擦力产生的涡量相对气水掺混过程是小量,因此为了简化问题,忽略壁面的存在。

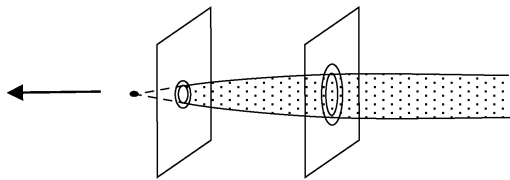


图 3 通气孔穿越横截平面形成的涡环

Fig. 3 Vortex rings formed by vents passing through the cross-section plane

2 数学模型

针对上述力学模型,可建立起定常射流的数学

模型。为了简化数学描述,将坐标原点放在通气口并建立柱坐标系 (r, θ, x) ,射流轴线作为 x 轴,径向距离用 r 表示。再设均匀外流场速度为 $V=(V_r, V_\theta, V_x)$,水的动粘性系数为 μ ,动湍流粘性系数为 ν ,涡量密度分布为 $\Omega=(\Omega_r, \Omega_\theta, \Omega_x)$ 。

已知不可压粘性流体涡矢量方程

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + (V \cdot \nabla) \Omega - (\Omega \cdot \nabla) V = \mu \nabla^2 \Omega \quad (1)$$

众所周知,自由湍流的一个重要特征是,分子粘性对平均运动不起控制作用,平均运动基本上取决于湍流涡旋,而湍流剪应力为层流应力与湍流应力之和,即对二维流体有

$$\tau_{ij} = \rho(\mu + \nu) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \quad (2)$$

式中, \bar{u}_i 是平均速度分量。从式(2)的表达形式来看, ν 和 μ 具有类似的意义。因此,如果假设湍流近似为各向同性,即认为湍流粘性系数 ν 为某一常数,并采用类似推导雷诺方程的方法,将方程(1)中的速度理解为平均速度 \bar{V} ,涡量理解为平均涡量 $\bar{\Omega}$,即对应与平均速度的旋度 $\bar{\Omega} = \nabla \times \bar{V}$,则方程(1)中右边项的动粘性系数 μ 应该修改为 $(\mu + \nu)$,即方程(1)可改写为

$$\frac{\partial \bar{\Omega}}{\partial t} + (\bar{V} \cdot \nabla) \bar{\Omega} - (\bar{\Omega} \cdot \nabla) \bar{V} = (\mu + \nu) \nabla^2 \bar{\Omega} \quad (3)$$

根据涡动力学可知,截面上的涡并不是仅仅在平面上扩散,而是在三维空间的任意方向扩散,在轴对称条件下,涡将在轴向和径向方向扩散。在本文中,因为只关心射流的边界或外形,所以只需要求出径向扩散的边界即可。以下讨论都基于方程(3),为了方便,以后将方程(3)中表示平均值的上横线“—”去掉。因为 Ω 是一个矢量,所以方程(3)可以展开为描述3个涡分量发展的方程,对于只关心边界的研究来说,只要求出一个涡分量的扩散边界即可。

当气体从通气口射入水介质的初始瞬间,气体与水介质的速度间断形成环状涡环,即初始涡主要以 Ω_θ 分量为主。在通气孔穿越平面截面瞬间,可认为初始涡环的涡量 Ω_θ 集中在截面平面上的一个圆形涡丝上。见图 3。

涡 Ω_θ 分量在柱坐标系下的扩散方程为

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Omega_\theta}{\partial t} + V_r \frac{\partial \Omega_\theta}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r} \frac{\partial \Omega_\theta}{\partial \theta} + V_x \frac{\partial \Omega_\theta}{\partial x} = \\ \Omega_r \frac{\partial V_\theta}{\partial r} + \frac{\Omega_\theta}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \theta} + \Omega_\theta \frac{\partial V_\theta}{\partial z} + \\ (\mu + \nu) \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Omega_\theta}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Omega_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \Omega_\theta}{\partial x^2} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

式中: 对于轴对称射流有 $\partial/\partial\theta=0$; 轴向扰动速度 $V_x \ll U$, 因此假设 $V_x \approx 0$; 再从实验中观察到射流外形 $r=r(x)$ 近似为一个细长体, 因此有 $\partial/\partial x \approx 0$, 并且有 $V_r \approx U \frac{\partial r}{\partial x} \approx 0$ 。将以上关系式代入方程 (3), 并令 $a=(\mu+\nu)$, $\omega=\Omega_\theta$, 可得到简化形式

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = a \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \omega}{\partial r} \right) \right) \quad (5)$$

式 (5) 是二维涡扩散方程, 其含义是, 圆形涡丝上的 ω 仅仅在截面平面上扩散。下面考察方程 (5) 的初边值条件。

将通气孔穿越某个轴向截面的瞬时作为初始时刻, 在穿越瞬时, 通气口在截面上将产生一定的初始涡量, 为了数学上求解方便, 暂时认为初始涡丝的半径接近于 0, 即涡丝上的所有涡量集中在一点上, 因此初始时刻的流场涡量密度分布可表示为

$$\omega|_{t=0} = \Phi_0 \delta(r) \quad (6)$$

式中: Φ_0 表示初始时刻的涡量总量; $\delta(r)$ 是 δ 函数。

根据力学模型, 通气孔穿过截面后, 截面上不再有新的涡量产生, 因此边界条件为

$$\left. \frac{\partial \omega}{\partial r} \right|_{r=0} = 0 \quad (7)$$

式 (5) - (7) 构成了点涡在无限平面扩散的定解问题, 文献[10]中给出的解为

$$\omega = \frac{\Phi_0}{4\pi at} e^{-\frac{r^2}{4at}} \quad (8)$$

3 射流的边界

涡量集中区域形成射流外形, 因此需计算半径

为 r 的圆平面内的总涡量 $\Phi(r)$, 即有

$$\Phi = \int_0^r \frac{\Phi_0}{4\pi at} e^{-\frac{r^2}{4at}} 2\pi r dr = \frac{\Phi_0}{2at} \int_0^r e^{-\frac{r^2}{4at}} r dr \quad (9)$$

令 $\eta = \frac{r}{2\sqrt{at}}$ 代入式 (9) 并求积分得到

$$\frac{\Phi}{\Phi_0} = \int_0^\eta e^{-\eta^2} 2\eta d\eta = \int_0^\eta e^{-\eta^2} d\eta^2 = -e^{-\eta^2} \Big|_0^\eta = 1 - e^{-\eta^2} \quad (10)$$

当 $\eta=2$ 时, $\Phi/\Phi_0 \approx 98\%$, 因此 $\eta=2$ 可以作为射流在截面平面上的边界, 将其代入 η 的表达式中, 即得到计算射流厚度 Δ 随时间变化的公式:

$$\Delta = 4\sqrt{at} \quad (11)$$

对于定常问题, 可将时间坐标转换为空间坐标。根据假设 3), 射流速度与外流速度相同, 因此有关系式 $t=x/U$, 代入式 (11) 可得到计算射流外形的公式

$$\Delta = 4\sqrt{ax/U} = 4\sqrt{(\mu+\nu)x/U} \quad (12)$$

4 射流边界计算的改进

前面为了数学求解方便, 在初始条件 (3) 中认为涡量集中在通气孔位置上的一点, 但是实际上通气孔是有一定面积的 (设其直径为 d), 因此, 初始时刻的射流厚度应该等于通气孔直径。考虑到这个因素, 可以将一个虚拟的涡量集中点移到通气孔上游的某个距离处 (见图 3), 使得射流发展到通气孔位置时, 射流厚度正好等于 d , 由式 (12) 可得移动距离为

$$x_d = \frac{U(d/8)^2}{a} \quad (13)$$

简单的通过坐标平移, 通气孔之后的射流外形表达式 (12) 可修正为

$$\Delta = 4\sqrt{a(x+x_d)/U} = 4\sqrt{\left(\frac{ax}{U} + \frac{d^2}{64}\right)} \quad (14)$$

定义雷诺数 $Re = Ud/(\mu+\nu)$, $\bar{x} = x/d$, $\bar{\Delta} = \Delta/d$, 则式 (14) 的无量纲化为

$$\bar{\Delta} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{16\bar{x}}{Re}} \quad (15)$$

5 射流边界计算结果与实验结果对比分析

根据式(15)可分析射流外形与 Re 的关系, Re 中的水粘性系数 μ 是已知的, 因此如何确定湍流粘性系数 ν 值, 是计算射流厚度的关键。

根据普朗特混合长度理论, 动湍流粘性系数 ν 是因湍流动量交换产生的, 又称为湍流动交换系数, 实验表明它比水的动粘性系数可大上万倍, 即有 $\nu/\mu \sim 10\,000$ 。但是这个实验结果是在湍流内部测量的结果, 而在射流边界上, 射流内部一边是湍流流动, 另一边则是层流, 因此边界上的动量交换可认为只有全湍流状态的一半, 即在射流边界上有 $\nu/\mu \sim 5\,000$ 。

考虑到射流内部是水气混合物, 密度比水要小, 因此射流边界的湍流脉动交换的动量也成比例减少。假设水气体积各占 1/2, 水气混合物密度也只有水的 1/2, 则湍流脉动的交换动量也只有水的 1/2。因此作为初步估计, 不妨取 $\nu/\mu = 2\,500$, 再取实验中的雷诺数 $Re = 416$ 一并代入式(15), 计算的射流边界与实验结果的对比见图 4 (图中坐标是无量纲距离, 横坐标 x/d 表示射流流向距离, 纵坐标 Δ/d 表示射流孔所在位置, d 是航行体直径)。

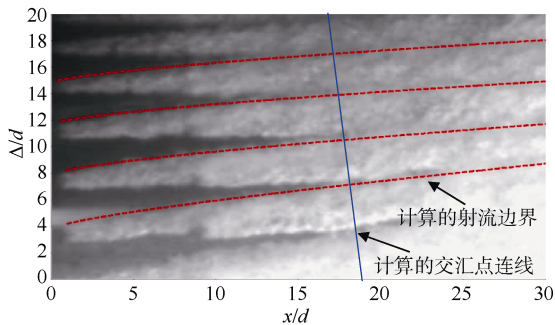


图 4 理论计算结果与实验图像的对比

Fig. 4 Comparison between theoretical results and experimental images

从图 4 的对比可看出, 计算结果与实验结果吻合, 这表明本文的理论模型是合理的。注意到实验图像中有多个通气孔产生的射流, 两相邻射流在一定距离后边界发生交汇而相互融合, 利用式(15)可以计算交汇的距离。

设两孔中心间距为 $\bar{l} = l/d$, 则经过一定距离

后, 2 个射流边界发生交汇并融合, 根据式(15)可得到交汇距离 \bar{x}_l 应满足的关系式:

$$\sqrt{\frac{16}{Re} \bar{x}_l + \frac{1}{4}} = \frac{\bar{l}}{2} \quad (16)$$

即交汇距离为

$$\bar{x}_l = \frac{\bar{l}^2 - 1}{64} Re \quad (17)$$

取实验中的孔间距 $l = 4d$, 计算得到的交汇距离 $x_l \approx 19d$, 从图 4 可看出, 计算结果与实验图像非常吻合。

6 雷诺数的影响

从式(15)可看出, 雷诺数越小, 射流厚度就越大, 取 $\bar{x} = 100$ 的射流厚度进行对比, 射流厚度随雷诺数变化的曲线见图 5。

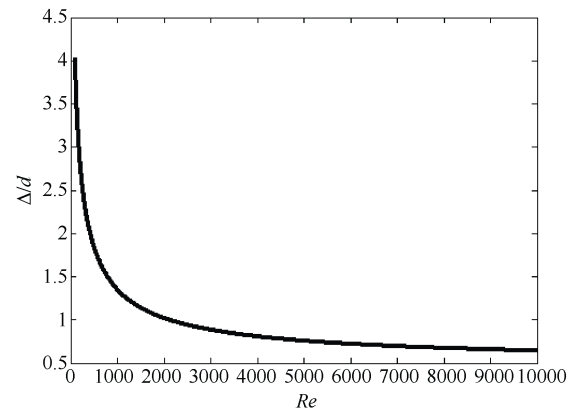


图 5 射流厚度随雷诺数的变化曲线

Fig. 5 Variation curve of jet thickness with Reynolds number

从图 5 可看出, 当雷诺数 $Re < 2\,000$ 时, 射流厚度随雷诺数的变化非常剧烈。这就表明, 如果开展水下气体射流的缩比实验, 就不能不仔细考虑雷诺数的影响。

设缩尺比为 λ , 通气口直径按 λ 缩比, 速度按 $\lambda^{1/2}$ 缩比, 但速度水介质和气体介质的粘性系数不变, 因此缩比实验中的雷诺数 $Re^* = \lambda^{-2/3} Re$, 即缩尺比越大, 雷诺数越小。再根据式(15)可看出, 雷诺数越小, 射流厚度就越大, 即缩比模型越小,

射流厚度越大。利用式 (15) 计算了缩尺比为 1:3, 1:6, 1:10 的情况, 其射流厚度 Δ 与 1:1 的结果比较如图 6 所示。

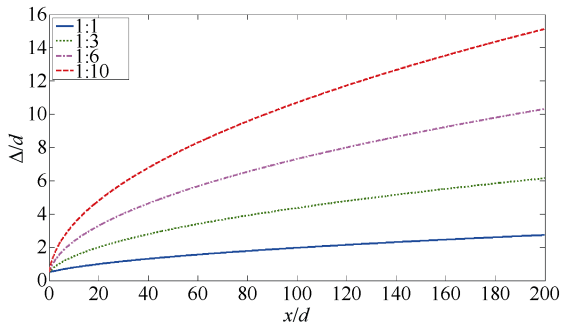


图 6 不同缩尺比 1:1, 1:3, 1:6, 1:10 的射流厚度对比
Fig. 6 Comparison of jet thicknesses with different scale ratios of 1:1, 1:3, 1:6, 1:10

7 结束语

在水下航行体表面上的通气孔中射入水中的气体射流不仅是一种水气掺混的两相自由湍流, 而且由于通气孔随航行体运动, 这种射流也是一种伴随射流, 经典的基于边界层方程和自相似假设的射流理论对此难以处理。本文从水气掺混过程产生大量涡量的观点出发, 基于涡扩散理论建立了水下气体射流的数学模型, 新模型能较好描述伴随射流的边界扩散过程, 射流边界的计算结果与实验结果吻合。后续工作将建立多孔涡扩散射流模型, 并将其

推广到非定常伴随射流外形计算上。

参考文献

- [1] 陆宏圻. 喷射技术理论及应用[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2004.
- [2] 董志勇. 射流力学[M]. 北京: 科学出版社, 2005.
- [3] SCHLICHTING H. Laminare Strahlenausbreitung[J]. ZAMM, 1933, 13 (4): 260-263.
- [4] BICKLEY W. The plane jet[J]. The Philosophical Magazine, 1939, 23 (7): 727-731.
- [5] GORTLER H. Berechnung von Aufgaben der freien Turbulenz auf Grund eines neuen Naberungsansatzes[J]. ZAMM, 1942, 22 (5): 244-254.
- [6] SCHLICHTING H. Boundary layer theory[M]. New York: McGraw-Hill Book Company, 1979.
- [7] 施红辉, 王柏懿, 戴振卿. 水下超声速气体射流的力学机制研究[J]. 中国科学, 2010, 40 (1): 92-100.
- [8] 戚隆溪, 曹勇, 王柏懿. 水下欠膨胀高速气体射流的实验研究[J]. 力学学报, 2000, 32 (5): 667-675.
- [9] 吕为, 惠昌年. 水介质中欠膨胀音速空气射流的流场结构研究[J]. 船舶力学, 1999, 3 (4): 39-47.
- [10] 童秉纲, 尹协远, 朱克勤. 涡运动理论[M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2012.

(责任编辑: 肖楚楚)