

# 一种八推进器水下机器人动力学分析

李卓禹<sup>1,2</sup>, 张志强<sup>3</sup>, 周宏伟<sup>3</sup>

(1. 海军研究院, 北京 100161; 2. 复杂舰船系统仿真重点实验室, 北京 100161;  
3. 海军工程大学, 湖北 武汉 430033)

**摘要** 随着对水下机器人研究的逐步深入, 其运动能力已由早期单纯的平动逐步强化为有多个自由度的空间运动, 对其进行动力学研究是进行其它方面能力研究的基础。为研究多自由度水下机器人的运动, 对某型八推进器水下机器人进行了动力学方程建模, 得出了其在 6 个自由度上的运动方程, 在此基础上, 对其进行了运动仿真及性能分析, 得到了该型水下机器人在 6 个自由度上的运动性能。通过仿真计算的结果, 可以直观地了解其运动能力。

**关键词** 水下机器人; 动力学方程; 多自由度运动; 仿真分析

**中图分类号** TP24 **文献标识码** A

## Dynamics Analysis of an Eight-thruster Underwater Robot

LI Zhuoyu<sup>1,2</sup>, ZHANG Zhiqiang<sup>3</sup>, ZHOU Hongwei<sup>3</sup>

(1. Naval Research Academy, Beijing 100161, China;  
2. Science & Technology on Complex Ship Systems Simulation Laboratory, Beijing 100161, China;  
3. Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

**Abstract** With the further development of the research on the underwater robot, its motion ability has been gradually strengthened from the simple translation in the early stage to the space motion with multiple degrees of freedom, and the study of dynamics is the basis of the study of other abilities. In order to study the motion of a multi degrees of freedom underwater robot, the dynamic equation of a certain type of eight-thruster underwater robot is modeled, and its motion equation on 6 degrees of freedom is obtained. On this basis, the motion simulation and performance analysis are carried out, and the motion performance of the underwater robot in 6 degrees of freedom is obtained. Through the result of simulation, its movement ability is understood intuitively.

**Key words** underwater robot; dynamics equation; motion with multiple degrees of freedom; simulation analysis

## 0 引言

目前, 各国对水下机器人的航行研究越来越重视<sup>[1-2]</sup>。水下机器人可以在军用和民用的多个领域发挥重要作用, 水下机器人的发展和优化涉及多方面技术<sup>[3]</sup>, 其中水下机器人的空间运动动力

学数学模型是进行水下机器人总体性能、弹道、控制和导航系统研究、设计与仿真的基本前提和重要依据。

水下机器人的运动已由早期单纯的平动逐步强化为有多个自由度的空间运动<sup>[4]</sup>, 其中的典型样式是装有 8 个推进器 (4 个垂直电机、4 个水平电

机四角对峙布置)的水下机器人。该型机器人能够进行 3 个维度上的平移运动以及绕三轴的转动, 具备 6 个自由度运动能力; 同时, 8 个推进器在四角对称布置, 该型水下机器人的灵活性及稳定性都得到了较好保证, 是应用范围很广泛的机器人类型。本文以该型机器人为研究对象, 对其进行动力学分析, 分析方法及结果对其它类型水下机器人有较好的借鉴意义。

### 1 水下机器人坐标系建立与转换

论文研究对象为某型质量  $m=20\text{ kg}$ , 并具有 8 个推进器的水下机器人, 如图 1 所示。4 个垂直布置的螺旋桨成正方形分布, 4 个水平布置的螺旋桨成  $45^\circ$  角对峙分布。在俯视图中可以看出水下机器人中间有一凹槽, 凹槽是半径  $R=0.25\text{ m}$  的圆柱, 其主要参数见表 1。

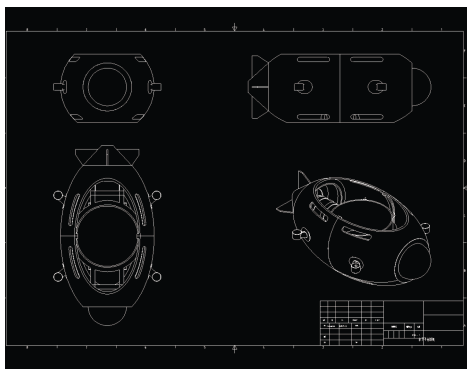


图 1 水下机器人三视图及立体图

Fig. 1 Three views and stereogram of underwater robot

表 1 水下机器人形状参数

Table 1 Shape parameters of underwater robot

形状参数	大小/m
长 ( $a$ )	1.2
宽 ( $b$ )	0.8
高 ( $h$ )	0.5

#### 1.1 坐标系建立与参数描述

水下机器人空间运动的坐标系一般采用惯性

坐标系和随动坐标系两种坐标系<sup>[5]</sup>。通过惯性坐标系描述水下机器人的运动轨迹及姿态, 通过随动坐标系描述水下机器人的水动力特性。

惯性坐标系: 一般采用地面坐标系  $O-xyz$ , 与地球表面固连, 原点  $O$  为水下机器人出发点;  $Ox$  轴处于通过  $O$  点的地平面内, 指向任意方向 (本文取水下机器人的初始航向);  $Oz$  轴在通过  $Ox$  轴的铅垂面内与  $Ox$  轴垂直, 向下为正;  $Oy$  轴按右手定则确定。

随动坐标系: 一般采用体坐标系  $A-x_1y_1z_1$ , 原点  $A$  与水下机器人重心重合;  $Ax_1$  轴与水下机器人纵轴重合, 指向前部为正;  $Az_1$  轴在水下机器人的纵向对称面内, 垂直于  $Ax_1$  轴, 指向下方为正;  $Ay_1$  轴按右手定则确定。

在惯性坐标系中水下机器人的位置可以表示为  $\mathbf{P}=[x,y,z]^T \in \mathbf{R}^3$ ; 水下机器人的姿态可以表示为  $\Theta=[\varphi,\theta,\omega]^T \in \mathbf{S}^3$ ; 在体坐标系中速度描述为  $\mathbf{V}=[u,v,w]^T \in \mathbf{R}^3$ , 角速度表示为  $\boldsymbol{\omega}^b=[p,q,r]^T \in \mathbf{R}^3$ ; 水下机器人所受力与所受力矩在水下机器人本体坐标系中分别描述为  $\mathbf{F}=[X,Y,Z]^T \in \mathbf{R}^3$  与  $\mathbf{M}=[K,M,N]^T \in \mathbf{R}^3$ 。

#### 1.2 惯性坐标系与随动坐标系的转换

水下机器人的航行轨迹需要在惯性坐标系中进行计算。同时, 由于水下机器人的运动参数都是在随动坐标系, 不能直接运用牛顿第二定律建立运动方程, 所以需要将水下机器人的运动参数转换到惯性坐标系中, 建立水下机器人的运动学方程<sup>[6]</sup>。这涉及惯性坐标系  $O-xyz$  与随动坐标系  $A-x_1y_1z_1$  的转换。

为方便研究, 可假设两坐标系的原点  $O$  与  $A$  重合, 水下机器人在坐标系  $O-xyz$  的空间位置坐标为  $P(x,y,z)$ , 在坐标系  $A-x_1y_1z_1$  的空间位置坐标为  $P_1(x_1,y_1,z_1)$ 。同时  $Ox$  与  $Ax_1$  的夹角为  $\varphi$ ,  $Oy$  轴与  $Ay_1$  轴的夹角为  $\theta$ ,  $Oz$  轴与  $Az_1$  轴的夹角为  $\psi$ , 则两坐标系之间的转换矩阵为

$$\mathbf{R}_b^e = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \cos \psi \sin \theta \sin \varphi - \sin \psi \cos \varphi & \cos \psi \sin \theta \cos \varphi + \sin \psi \sin \varphi \\ \sin \psi \cos \theta & \sin \psi \sin \theta \sin \varphi + \cos \psi \cos \varphi & \sin \psi \sin \theta \cos \varphi - \cos \psi \sin \varphi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \varphi & \cos \theta \cos \varphi \end{bmatrix} \quad (1)$$

由于 2 个直角坐标系全部为正交系, 故转换矩阵  $\mathbf{R}_b^e$  为正交矩阵得

$$\mathbf{R}_b^{e-1} = \mathbf{R}_b^{eT} \quad (2)$$

当欧拉角很小时, 运用极限定理忽略二阶小量将转换矩阵简化为

$$\mathbf{R}_b^e = \begin{bmatrix} 1 & -\psi & \theta \\ \psi & 1 & -\varphi \\ -\theta & \varphi & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

则有

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \mathbf{R}_b^e \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

由两坐标系的转换关系, 得欧拉角与随动坐标系的角速度的转换矩阵为

$$\mathbf{T}_b^e = \begin{bmatrix} 1 & \sin \varphi \tan \theta & \cos \varphi \tan \theta \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi \\ 0 & \sin \varphi / \cos \theta & \cos \varphi / \cos \theta \end{bmatrix} \quad (5)$$

当欧拉角很小时, 运用极限定理忽略二阶小量将转换矩阵简化为

$$\mathbf{T}_b^e = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \theta \\ 0 & 1 & -\varphi \\ 0 & \varphi & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

从上述式子看出  $\theta \neq \pm 90^\circ$ , 且  $\mathbf{T}_b^{e-1} \neq \mathbf{T}_b^{eT}$ 。

## 2 水下机器人动力学方程

推导水下机器人的动力学方程之前, 首先提出下列假设: 1) 水下机器人为绝对刚体; 2) 将地面坐标系视为惯性坐标系; 3) 水下机器人完全浸没在流体介质中, 并完全处于全粘湿状态; 4) 假设水下机器人的 8 个推进器所产生的推力大小一样, 控制信号大小一样, 且推进器正反转所产生的推力大小一样; 5) 假设水下机器人在水中不受其他外力处于悬停状态, 即重力等于浮力。

将水下机器人视为绝对刚体, 在推导水下机器人的动力学方程时, 可以不考虑水下机器人质量内部的相互作用力, 忽略其微小的变形; 本文研究的

基于多推进器的水下机器人速度低、航程短, 故只考虑水下机器人所受到的流体作用力。综上假设, 水下机器人航行时所受到的力与力矩主要包括<sup>[7]</sup>:

1) 重力  $G$ 、所受浮力  $B$ , 以及 2 个力共同产生的静力矩; 2) 螺旋桨所产生的推力  $T$  和力矩; 3) 水下机器人受到的流体作用力。

经过推导, 可以得出静力与静力矩为

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \\ K_1 \\ M_1 \\ N_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(G-B)\sin \theta \\ (G-B)\cos \theta \sin \varphi \\ (G-B)\cos \theta \cos \varphi \\ -(y_g G - y_c B)\cos \theta \cos \varphi + (z_g G - z_c B)\cos \theta \sin \varphi \\ (z_g G - z_c B)\sin \theta + (x_g G - x_c B)\cos \theta \cos \varphi \\ -(x_g G - x_c B)\cos \theta \sin \varphi - (y_g G - y_c B)\sin \theta \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中:  $(x_g, y_g, z_g)$  为重心坐标;  $(x_c, y_c, z_c)$  为浮心坐标;  $G$  为重力;  $B$  为浮力。假设重力  $G$  等于浮力  $B$ , 又因随动坐标系原点与水下机器人重心重合, 故简化得静力与静力矩得

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \\ K_1 \\ M_1 \\ N_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ y_c G \cos \theta \cos \varphi - z_c G \cos \theta \sin \varphi \\ -z_c G \sin \theta - x_c G \cos \theta \cos \varphi \\ x_c G \cos \theta \sin \varphi + y_c G \sin \theta \end{bmatrix} \quad (8)$$

螺旋桨对水下机器人的推力及推力矩为<sup>[8]</sup>

$$\begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \\ K_2 \\ M_2 \\ N_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\sqrt{2}T \\ 2\sqrt{2}T \\ 4T \\ 2\sqrt{2}TR_1 \\ 2\sqrt{2}TR_1 \\ 2\sqrt{2}TR_2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$T = K_T \rho n^2 D^4 \quad (10)$$

式中:  $R_1$  为 4 个垂直布置的螺旋桨中心距  $AZ_1$  轴的距离;  $R_2$  为 4 个水平布置的螺旋桨中心距  $AZ_1$  轴的距离;  $K_T$  为推力系数;  $\rho$  为水密度;  $n$  为螺旋桨转速, r/min;  $D$  为螺旋桨直径。

水下机器人阻力为<sup>[9]</sup>

$$R_t = R_f + R_v \quad (11)$$

$$R_f = \frac{1}{2} \rho V^2 S (C_f + \Delta C) \quad (12)$$

$$R_v = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_v \quad (13)$$

式中:  $R_f$  为摩擦阻力;  $R_v$  为形状阻力;  $C_f$  为光滑表面的摩擦阻力系数;  $C_v$  为形状阻力系数;  $\Delta C$  为表面粗糙度的附加阻力系数;  $\rho$  为水的密度;  $V$  为水下机器人航行速度;  $S$  为浸湿的面积。

流体作用力产生的力矩大小为

$$M = -\frac{1}{64} L^3 \rho \omega^2 S (C_f + \Delta C + C_v) \quad (14)$$

式中:  $L$  为特征长度;  $\rho$  为水的密度;  $\omega$  为角速度;  $S$  为浸湿的面积;  $C_f$  为光滑表面的摩擦阻力系数;  $C_v$

为形状阻力系数;  $\Delta C$  为表面粗糙度的附加阻力系数。

由式 (11) - (14) 得水下机器人所受流体作用力与力矩为

$$\begin{bmatrix} X_3 \\ Y_3 \\ Z_3 \\ K_3 \\ M_3 \\ N_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \rho u^2 S (C_f + \Delta C + C_{v1}) \\ -\frac{1}{2} \rho v^2 S (C_f + \Delta C + C_{v2}) \\ -\frac{1}{2} \rho w^2 S (C_f + \Delta C + C_{v3}) \\ -\frac{1}{64} a^3 \rho p^2 S (C_f + \Delta C + C_{v1}) \\ -\frac{1}{64} b^3 \rho q^2 S (C_f + \Delta C + C_{v2}) \\ -\frac{1}{64} h^3 \rho r^2 S (C_f + \Delta C + C_{v3}) \end{bmatrix} \quad (15)$$

综上所述, 水下机器人所受到的力与力矩总和为

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ K \\ M \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\sqrt{2}T - \frac{1}{2} \rho u^2 S (C_f + \Delta C + C_{v1}) \\ 2\sqrt{2}T - \frac{1}{2} \rho v^2 S (C_f + \Delta C + C_{v2}) \\ 4T - \frac{1}{2} \rho w^2 S (C_f + \Delta C + C_{v3}) \\ y_c G \cos \theta \cos \varphi - z_c G \cos \theta \sin \varphi + 2\sqrt{2}TR_1 - \frac{1}{64} a^3 \rho p^2 S (C_f + \Delta C + C_{v1}) \\ -z_c G \sin \theta - x_c G \cos \theta \cos \varphi + 2\sqrt{2}TR_1 - \frac{1}{64} b^3 \rho q^2 S (C_f + \Delta C + C_{v2}) \\ x_c G \cos \theta \sin \varphi + y_c G \sin \theta + 2\sqrt{2}TR_2 - \frac{1}{64} h^3 \rho r^2 S (C_f + \Delta C + C_{v3}) \end{bmatrix} \quad (16)$$

推导可得水下机器人在不计水流的 6 个自由度空间运动方程, 公式如下。

沿  $x$  轴方向前进与后退运动的方程

$$2\sqrt{2}T - \frac{1}{2} \rho u^2 S (C_f + \Delta C + C_{v1}) = m \cdot [u' - vr + wq] \quad (17)$$

沿  $y$  轴方向的左右平移运动方程

$$2\sqrt{2}T - \frac{1}{2} \rho v^2 S (C_f + \Delta C + C_{v2}) = m \cdot [v' - wp + ur] \quad (18)$$

沿  $z$  轴方向的垂直上下运动方程

$$4T - \frac{1}{2} \rho w^2 S (C_f + \Delta C + C_{v3}) = m \cdot [w' - uq + vp] \quad (19)$$

绕  $x$  轴旋转的横滚运动方程

$$y_c G \cos \theta \cos \varphi - z_c G \cos \theta \sin \varphi + 2\sqrt{2}TR_1 - \frac{1}{64} a^5 \rho p S (C_f + \Delta C + C_{v1}) = I_x p' + (I_z - I_y) qr \quad (20)$$

绕  $y$  轴旋转的俯仰运动方程

$$-z_c G \sin \theta - x_c G \cos \theta \cos \varphi + 2\sqrt{2}TR_1 - \frac{1}{64} b^5 \rho q S (C_f + \Delta C + C_{v2}) = I_y q' + (I_x - I_z) pr \quad (21)$$

绕  $z$  轴旋转的偏航运动方程

$$x_c G \cos \theta \sin \varphi + y_c G \sin \theta + 2\sqrt{2}TR_2 - \frac{1}{64} h^5 \rho r S (C_f + \Delta C + C_{v3}) = I_z r' + (I_y - I_x) qp \quad (22)$$

### 3 运动仿真与性能分析

根据上节中得出的模型, 结合该水下机器人及环境的具体参数, 可对其运动情况进行建模仿真。

#### 3.1 水平面运动

当水平方向推进器旋转方向全部相同, 使得水

下机器人进行前进与后退运动，其速度  $u$  随时间的速度响应如图 2 所示。速度  $u$  在推力  $T$  的作用下慢慢增加，随后在 2.5 s 左右达到最大值并保持稳定。当单个推进器  $T=20$  N 时，最大速度可达 1.9 m/s。

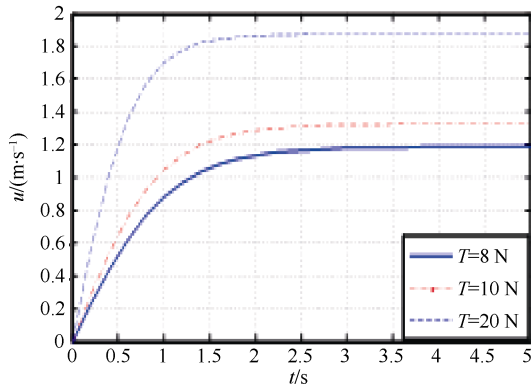


图 2 前进与后退速度响应图

Fig. 2 Forward and backward speed response diagram

当水平方向推进器两对角的 2 组推进器旋转方向不同，同时对角上的 2 个推进器旋转方向相同，使得水下机器人进行左右侧移运动，其速度  $v$  随时间的速度响应图如图 3 所示。在水平轴上的点是水下机器人的起点，速度  $v$  在推力  $T$  的作用下慢慢增加，随后在 2 s 左右达到最大值并保持稳定。当单个推进器  $T=20$  N 时，最大速度可达 1.85 m/s。

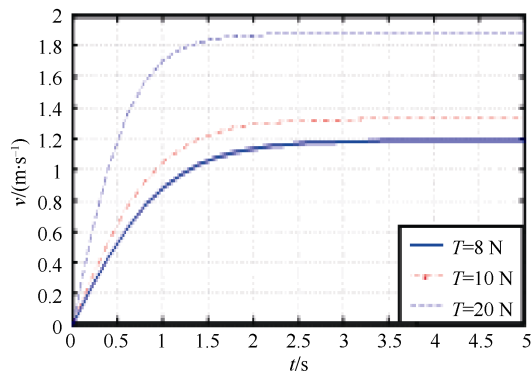


图 3 左右侧移速度响应图

Fig. 3 Left and right side shift speed response diagram

当水平方向推进器左右 2 组推进器旋转方向不同，同时左右 2 侧的两个推进器旋转方向相同，使得水下机器人进行左右转弯偏航运动，其角速度  $r$  随时间的速度响应如图 4 所示。角速度  $r$  在推力  $T$  的作用下慢慢增加，随后在 6 s 左右达到最大值并保持稳定。当单个推进器  $T=20$  N 时，最大角速度可达 3°/s。

$T$  的作用下慢慢增加，随后在 6 s 左右达到最大值并保持稳定。当单个推进器  $T=20$  N 时，最大角速度可达 3°/s。

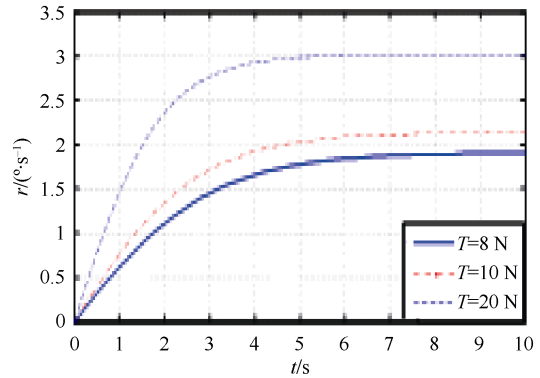


图 4 偏航角速度响应图

Fig. 4 Yaw angular velocity response diagram

### 3.2 纵平面运动

当垂直方向推进器旋转方向全部相同，使得水下机器人进行上浮与下潜运动，其速度  $w$  随时间的速度响应如图 5 所示。速度  $w$  在推力  $T$  的作用下慢慢增加，随后在 2 s 左右达到最大值并保持稳定。当单个推进器  $T=20$  N 时，最大速度可达 2.25 m/s。

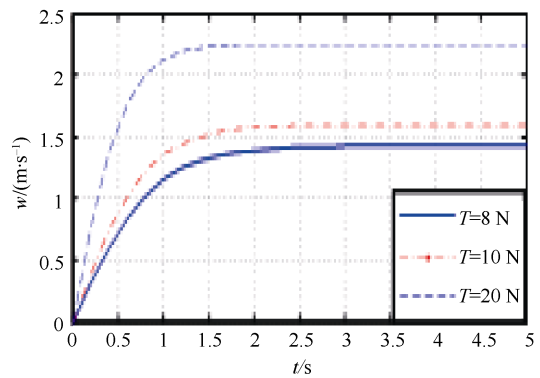


图 5 上浮与下潜速度响应图

Fig. 5 Up and down speed response diagram

当垂直方向推进器前后 2 组推进器旋转方向不同，同时前后两侧的两个推进器旋转方向相同，使得水下机器人进行前后俯仰运动，其角速度  $q$  随时间的速度响应如图 6 所示。角速度  $q$  在推力  $T$  的作用下慢慢增加，随后在 5 s 左右达到最大值并保持稳定。当单个推进器  $T=20$  N 时，最大角速度可达 13°/s。

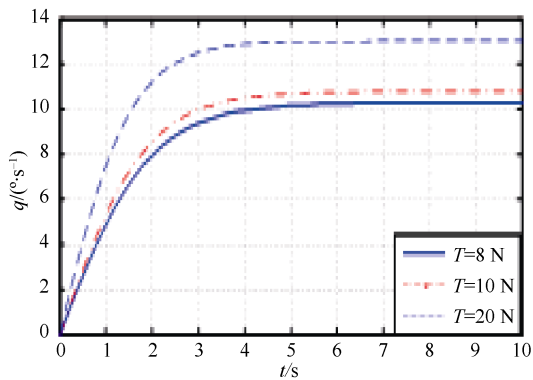


图 6 俯仰角速度响应图

Fig. 6 Pitching angular velocity response diagram

### 3.3 横滚运动

当垂直方向推进器左右 2 组推进器旋转方向不同,同时左右两侧的 2 个推进器旋转方向相同,使得水下机器人进行左右横滚运动,其角速度  $p$  随时间的速度响应如图 7。角速度  $p$  在推力  $T$  的作用下慢慢增加,随后在 2 s 左右达到最大值并保持稳定。当单个推进器  $T=20$  N 时,最大横滚角速度可达  $4.6^\circ/\text{s}$ 。

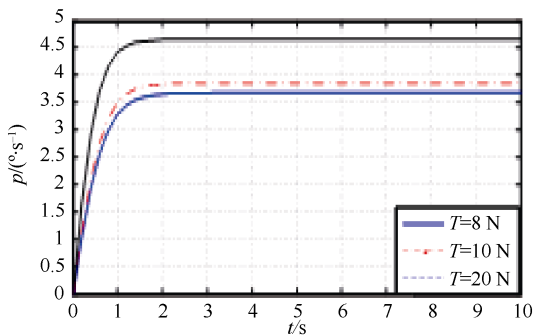


图 7 横滚角速度响应图

Fig. 7 Rolling angular velocity response diagram

## 4 结束语

本文从受力分析出发,对某型八推进器水下机

器进行了动力学方程建模,得出了其在 6 个自由度上的运动方程。在此基础上,对其进行了运动仿真及性能分析,得到了该型水下机器人在 6 个自由度上的运动性能。通过仿真计算的结果,可以直观地了解其运动能力,这是进行水下机器人总体性能、弹道、控制和导航系统研究、设计与仿真的基本前提和重要依据。同时由结果可知,该型水下机器人具备多个自由度的运动能力,灵活性高,具备实现多种功能的运动能力基础。

## 参考文献

- [1] 李弘哲. 水下机器人发展趋势[J]. 电子技术与软件工程, 2017 (6): 93-93.
- [2] 于海斌. 海洋强国需要水下机器人[J]. 机器人产业, 2017 (1): 42-45.
- [3] 朱帅. 海洋开发, 水下机器人大有可为[J]. 中国工业评论, 2017 (8): 72-76.
- [4] 罗庆生, 刘星栋, 弓瑞, 等. 矢量喷水推进式水下机器人的建模仿真与验证[J]. 应用科技, 2017, 44(2): 7-14.
- [5] 毛宇峰, 庞永杰, 李晔, 等. 速度矢量坐标系下水下机器人动态避障方法[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2010, 31(2): 159-164.
- [6] 刘丽, 华克强. 旋转式水下机器人的空间运动方程[J]. 机器人, 1997 (1): 13-21.
- [7] 成晓林. 水下小型运动体浮心测试系统设计及实验研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2012.
- [8] 王阳阳. AUV 动力学模型研究及在组合导航中的应用[D]. 南京: 东南大学, 2016.
- [9] 王妹婷, 齐永锋, 戴志光, 等. 小型水下机器人外形及其直航阻力特性研究[J]. 机械设计与制造, 2013 (12): 135-137.

(责任编辑: 张曼莉)