

一种铁磁物体固定磁性反演新方法

周国华¹, 刘胜道¹, 刘月林¹, 隗燕琳²

(1. 海军工程大学 电气工程学院, 湖北 武汉 430033; 2. 定海装备技术质量监测站, 浙江 舟山 316000)

摘要 对铁磁物体固定磁性计算问题进行了研究, 提出了一种基于磁场积分法和 TTLS 正则化方法的铁磁物体固定磁性计算的新技术, 为铁磁物体固定磁性计算难题的求解提供了一条新的技术途径。该技术以三维磁场积分法为数值计算方法。首先由正演模型计算得到了铁磁物体感应磁场分布, 其次基于铁磁物体外部空间磁场测量数据和感应磁场计算值, 建立了固定磁性反演模型, 并利用截断总体最小二乘正则化方法处理反演模型的病态性, 以减小测量误差对反演计算结果的影响。由正反演模型相结合即可实现铁磁物体固定磁性的计算。钢板固定磁性计算实例表明, 该方法具有较好的计算精度, 能够有效重建铁磁物体内部固定磁性分布。

关键词 磁场积分法; 固定磁性计算; 正则化; 截断最小二乘法

中图分类号 TM153 **文献标识码** A

A New Retrieval Method for Permanent Magnetism of Ferromagnetic Objects

ZHOU Guohua¹, LIU Shengdao¹, LIU Yuelin¹, WEI Yanlin²

(1. Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China;

2. Dinghai Equipment and Technology Quality Inspection Station, Zhoushan 316000, China)

Abstract The problem of permanent magnetism calculation of ferromagnetic objects is studied, a new technique based on the magnetic field integral method and truncated total least square (TTLS) method is proposed to solve the problem, which provides a new technical approach for permanent magnetism calculation of ferromagnetic objects. Three-dimensional magnetic field integral method is adopted in the provided method. Firstly, the forward model is used to calculate the induced magnetic field distribution of ferromagnetic objects. Secondly, based on magnetic field's measured data of external space of ferromagnetic objects and calculated value of induced magnetic field, the retrieval model of permanent magnetism is established. In order to reduce the effects of measurement errors on retrieval calculation results, this paper uses TTLS method to solve pathological retrieval model. Permanent magnetism calculation of ferromagnetic objects is realized through combing the forward model with retrieval model. The instance of steel plate's permanent magnetism calculation shows that the proposed method has good calculation accuracy, and it can reconstruct the internal permanent magnetism distribution of ferromagnetic objects efficiently.

Key words magnetic field integral method; permanent magnetism calculation; regularization; truncated least square method

0 引言

与其它铁磁物体一样, 由于磁滞效应, 在地磁

场作用下的钢铁结构舰船不仅存在着感应磁性, 还存在着剩余固定磁性。感应磁性属瞬时效应, 其计算技术研究相对较多; 固定磁性属累积效应, 与复

杂的磁化历史有关,因而固定磁性的计算一直是个技术难题。

目前,固定磁性的研究工作还不是很深入,文献[1]用磁偶极子模型和遗传算法对舰船固定磁性计算问题进行了一定程度探索;文献[2]研究了薄壳简化船模的感应磁性与固定磁性混合模型,为舰载闭环消磁技术的研究奠定了基础,但由于其将自身固定磁性引起的感应磁性也纳入磁场模型的感应磁性范围考虑,因此其难以满足舰船磁性处理的技术需求。

由于磁化历史的缺失,求解固定磁性只能采用逆问题的思路,即依靠磁传感器测量得到部分磁场信息来反演计算铁磁物体的固定磁性。通常情况下,通过磁场测量只能获得固定磁性和感应磁性的合成磁场。因此,为实现铁磁物体固定磁性的求解,必须分2步:首先通过正演技术将铁磁物体的感应磁场分解出来;其次基于测量得到的合成磁场与计算得到的感应磁场之差,通过反演技术来计算铁磁物体的固定磁性。按照上述思路,本文提出了一种基于磁场积分法和截断总体最小二乘(Truncated Total Least Square, TTLS)正则化方法的铁磁物体固定磁性反演技术,并用钢板固定磁性反演计算实验对其有效性进行了验证。

1 铁磁物体固定磁性反演计算原理

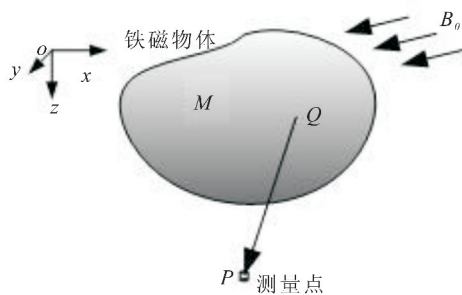


图1 静磁计算问题示意图

Fig. 1 Schematic diagram of magnetostatic field computation

在图1所示的静磁计算问题中,磁化强度为 M 的铁磁物体在测量点处产生的磁感应强度可表示为 M 的函数

$$B_m = f(M) \quad (1)$$

用磁场积分法求解静磁问题时算子 f 可表示为^[3]

$$f(M) = -\frac{\mu_0}{4\pi} \nabla_p \int_v M \cdot \nabla_q \left(\frac{1}{|r_{PQ}|} \right) dv_Q \quad (2)$$

为消除积分奇异性,算子 f 的体积分形式在均匀磁化条件下可简化为相应的面积分形式^[2,4]

$$f(M) = -\frac{\mu_0}{4\pi} \nabla_p \int_s \frac{Mgn}{|r_{PQ}|} ds_Q \quad (3)$$

由铁磁学理论可知,在外磁场作用下的铁磁物体,其内部总磁化强度 M 可表示为由外磁场引起的感应磁化强度 M^{ind} 和由磁滞效应产生的剩余固定磁化强度 M^{per} 之和,即 $M = M^{ind} + M^{per}$ 。因而,测量点处的磁感应强度可分为2部分,即由感应磁化强度产生的感应磁感应强度

$$B_m^{ind} = f(M^{ind}) \quad (4)$$

和由固定磁化强度产生的固定磁感应强度

$$B_m^{per} = f(M^{per}) \quad (5)$$

通常情况下,感应磁化强度和感应磁感应强度都可以通过正演方法计算得到,但固定磁化强度和固定磁感应强度只能通过反演技术进行计算。为求得铁磁物体的固定磁性,可建立下列固定磁性反演模型

$$B_c - B_m^{ind} = f(M^{per}) \quad (6)$$

式中: B_m^{ind} 为通过正演计算方法所得测量点处的感应磁感应强度值; B_c 为测量点处的磁感应强度测量值。式(6)写成一般矩阵形式可表示为

$$AM^{per} = b \quad (7)$$

式中 A 称为系数矩阵,由算子 f 决定。求解上述反演模型就可解算铁磁物体的固定磁性。然而,与其它应用领域的逆问题一样,由于测量信息的不足,反演模型(7)常表现出很强的病态性。测量数据中较小的测量误差或感应磁感应强度中较小的计算误差都可能引起固定磁性反演计算的较大波动。正则化方法为提高反演模型计算结果的稳定性提供了手段。

2 固定磁性计算的主要算法实现

从上述固定磁性计算原理分析过程中,不难发现求解铁磁物体固定磁性的关键在于测量点处感

应磁感应强度的正演计算和固定磁性反演模型的病态性处理,下面我们主要来研究有关这两方面的具体算法实现过程。

2.1 感应磁性的正演计算

为实现测量点处感应磁感应强度的计算,首先需计算铁磁物体内部的感应磁化强度。不妨将铁磁物体离散为 N 个六面体单元,当各离散单元足够小时,其内部磁性参数可看作常数。以各单元中心为场点,根据总场 \mathbf{B} 与磁化场 \mathbf{B}_m 及源场 \mathbf{B}_0 的关系

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_m + \mathbf{B}_0 \quad (8)$$

及场量关系式

$$\mathbf{M}^{\text{ind}} = \frac{\mu_r - 1}{\mu_0 \mu_r} \mathbf{B} \quad (9)$$

则有

$$\frac{\mu_j}{4\pi} \sum_{i=1}^N \frac{\mu_j - 1}{\mu_{ri}} \tilde{N}_i(\mathbf{B}(\mathbf{r}_{Q_i}) \cdot \mathbf{n}_i) \frac{\mathbf{r}_{P_j Q_i}}{|\mathbf{r}_{P_j Q_i}|^3} ds_{Q_i} - \mathbf{B}(\mathbf{r}_{P_j}) = -\mu_j \mathbf{B}_0(\mathbf{r}_{P_j}) \quad (10)$$

式中: $j = 1, 2, \dots, N$; μ_r 为铁磁物体的相对磁导率; \mathbf{B}_0 为外加磁化场。求解式(10),结合式(9)和式(4)即可实现铁磁物体在测量点处感应磁感应强度的计算。

2.2 固定磁性反演模型的病态性处理

随着逆问题模型在各实际工程领域的出现,病态逆问题的求解方法也得到了深入研究。正则化技术能够有效抑制数据误差对病态逆问题计算结果的影响^[5-9]。常用的正则化方法有截断奇异值分解法、Tikhonov 正则化方法和迭代正则化方法等,这类正则化方法的缺点是仅考虑了反演模型数据项含误差的情形。在固定磁性反演模型中,不仅反演模型右端数据项中存在误差,而且磁传感器位置误差、系数矩阵中各元素积分计算误差都会给模型系数矩阵带来误差。考虑到截断总体最小二乘法(Truncated Total Least Square, TTLS)能够有效处理病态反演模型两端都存在误差的情形^[10],本文将其应用于固定磁性反演模型的求解,以提高反演计算的精度和稳定性。

TTLS 是在用总体最小二乘法(Total Least Square Method, TLS)求解逆问题的基础上提出的。用 TLS 法求解逆问题离散模型时,同时考虑

系数矩阵 \mathbf{A} 和测量数据向量 \mathbf{b} 中都存在误差的情况。TLS 的基本思想是用误差向量 $\Delta \mathbf{b}$ 干扰测量数据向量 \mathbf{b} 、误差矩阵 $\Delta \mathbf{A}$ 干扰系数矩阵 \mathbf{A} ,以校正 \mathbf{A} 和 \mathbf{b} 两者同时存在的误差,即将式(7)转化为求解下列优化问题

$$\min_{\mathbf{M}^{\text{per}}, \Delta \mathbf{A}, \Delta \mathbf{b}} \|\Delta \mathbf{A} \cdot \Delta \mathbf{b}\|_F^2 \quad (11)$$

$$s. t. (\mathbf{A} + \Delta \mathbf{A}) \mathbf{M}^{\text{per}} = (\mathbf{b} + \Delta \mathbf{b})$$

式中 $\|\cdot\|_F$ 为矩阵 Frobenius 范数。对增广矩阵 $[\mathbf{A} \ \mathbf{b}]$ 作奇异值分解,有

$$[\mathbf{A} \ \mathbf{b}]_{m \times (n+1)} = \bar{\mathbf{U}}_{m \times m} \bar{\mathbf{S}}_{m \times (n+1)} \bar{\mathbf{V}}_{(n+1) \times (n+1)} \quad (12)$$

从而可得式(11)的解^[11]

$$\mathbf{M}_{\text{TLS}}^{\text{per}} = -\frac{\mathbf{V}_{n+1}(1:n)}{\mathbf{V}_{n+1}(n+1)} \quad (13)$$

为降低计算结果对各误差的敏感性,不妨取截断项数 k ,使其满足 $k \leq \min\{n, \text{rank}([\mathbf{A} \ \mathbf{b}])\}$,并按下式对右奇异值矩阵 $\bar{\mathbf{V}}$ 进行分块

$$\bar{\mathbf{V}}_{(n+1) \times (n+1)} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{V}}_{n \times k}^{11} & \bar{\mathbf{V}}_{(n \times (n-k+1))}^{12} \\ \bar{\mathbf{V}}_{1 \times k}^{21} & \bar{\mathbf{V}}_{1 \times (n-k+1)}^{22} \end{bmatrix} \quad (14)$$

可得逆问题模型(7)的 TTLS 解

$$\mathbf{M}_{\text{TTLS}}^{\text{per}} = -\frac{\bar{\mathbf{V}}_{n \times (n-k+1)}^{12} [\bar{\mathbf{V}}_{1 \times (n-k+1)}^{22}]^T}{\|\bar{\mathbf{V}}_{1 \times (n-k+1)}^{22}\|_2^2} \quad (15)$$

正则化参数 k 的选择决定着解的抗误差干扰能力和计算精度,可由 L 曲线法或广义交叉检验法来确定。本文采用 L 曲线法来确定正则化参数, L 曲线的横坐标和纵坐标分别取为

$$\|\mathbf{A}_k \mathbf{M}^{\text{per}} - \mathbf{b}_k\|_2^2 / (1 + \|\mathbf{M}^{\text{per}}\|_2^2), \|\mathbf{M}^{\text{per}}\|_2^2$$

3 钢板固定磁性计算实例

3.1 钢板磁场原始数据的测量

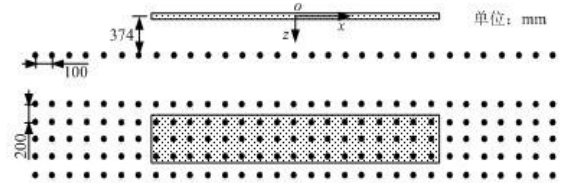


图 2 磁场测量点与钢板相对位置示意图

Fig. 2 Schematic diagram of relative location of magnetic field measurement points and steel plate

为实现钢板固定磁性的计算,设计了图 2 所示

的测量点方案。钢板尺寸为 1 000 mm × 200 mm × 6 mm, 相对磁导率 140。在钢板受外磁场 $B_0 = -34\ 500 e_x$ nT 纵向磁化的条件下, 采用测磁精度为 10 nT 的三分量磁通门传感器测量得到了图 2 所示 41 × 5 平面点阵上的磁感应强度数据 B_1 , 并以该磁场数据来进行钢板固定磁性的建模计算。

为对计算结果进行评估, 在钢板分别受外磁场 $B_0 = -34\ 500 e_x$ nT 和 $B_0 = 34\ 500 e_x$ nT 的磁化条件下, 测量得到了距离钢板 582 mm 的下方平面 33 × 2 点阵上的磁感应强度数据 B_2 和 B_3 , 以分解出钢板感应磁场和固定磁场测量值, 即

$$B_{\text{mea}}^{\text{ind}} = (B_2 - B_3) / 2, B_{\text{mea}}^{\text{per}} = B_2 + B_{\text{mea}}^{\text{ind}}$$

3.2 钢板感应磁性正演计算



图 3 钢板六面体网格剖分示意图

Fig. 3 Schematic diagram of hexahedron mesh generation of steel plate

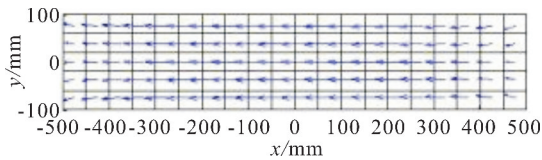


图 4 钢板纵向磁化时内部感应磁化强度分布

Fig. 4 Internal induced magnetization intensity distribution of steel plate under longitudinal magnetized

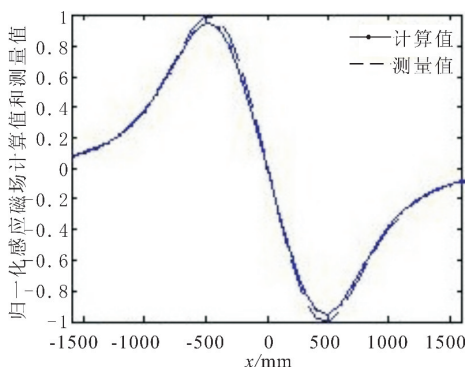


图 5 感应磁场 Z 分量计算值和测量值对比曲线
Fig. 5 Comparison curves between calculated value and measured value of Z-component of induced magnetic field

为求解钢板感应磁性, 将钢板离散为 100 个六面体单元, 如图 3。感应磁场正演计算模型 (10) 中各参数的计算可参见文献 [4]。图 4 和图 5 分别给出了钢板内部感应磁化强度分布和测量点处感应磁场 Z 分量计算值和测量值对比曲线。由图可以看出, 感应磁场 Z 分量计算值与测量值之间具有很好的一致性, 其计算误差为 6.7%。

3.3 钢板固定磁性反演计算

在求解上述感应磁场的基础上, 基于磁场测量数据 B_1 建立了如下固定磁性反演模型

$$AM^{\text{per}} = B_1 - B_{\text{cal}}^{\text{ind}} \quad (16)$$

式中 $B_{\text{cal}}^{\text{ind}}$ 为上述钢板感应磁性正演模型计算得到的测量点处感应磁场值。求解过程中发现, 系数矩阵 A 的条件数量级为 10^{12} , 固定磁性反演模型严重病态。为减小各误差对固定磁性计算结果的影响, 采用 TTLS 法对其进行了求解。由正则化参数选取的 L 曲线法得到了 TTLS 的截断项数 $k=17$ 。图 6 和图 7 分别给出了钢板内部固定磁化强度分布和测量点处固定磁场 Z 分量计算值和测量值的对比曲线。由图可见固定磁场 Z 分量计算值和测量值吻合较好, 计算误差为 8.3%。

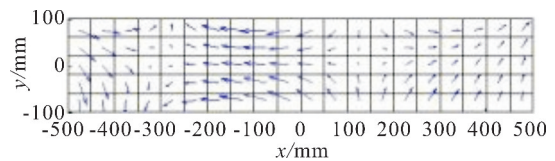


图 6 钢板内部固定磁化强度分布

Fig. 6 Internal permanent magnetization intensity distribution of steel plate

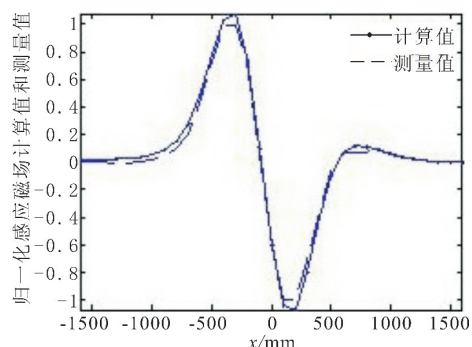


图 7 固定磁场 Z 分量计算值和测量值对比曲线
Fig. 7 Comparison curves between calculated value and measured value of Z-component of permanent magnetic field

3.4 讨论与分析

钢板固定磁性反演结果表明,在钢板较粗略的剖分下,其固定磁性计算就可达到满意的计算精度,从而说明本文算法能够有效重建铁磁物体固定磁性分布。从其整个建模过程可以看出,其误差来源主要为原始磁场测量误差、感应磁场计算误差及反演模型病态性处理引入的舍入误差。这些误差的消除,可有效提高固定磁性反演计算的精度。

4 结束语

本文提出了一种基于磁场积分法和 TTLS 正则化方法的铁磁物体固定磁性反演技术,为解决铁磁物体固定磁性计算提供了一条技术途径。钢板固定磁性计算实例表明,该方法能够根据磁场测量数据,有效重建其内部固定磁性分布。该方法对研究舰船等铁磁物体的固定磁性分布与提高舰船磁防护水平具有重要意义。

参考文献

- [1] 高俊吉,刘大明,肖昌汉,等. 舰船固定磁场分量分离的一种新方法[J]. 海军工程大学学报,2007,19(2): 86-89.
- [2] CHADEBEC O, COULOMB J, BONGIRAUD J, et al. Recent improvements for solving inverse magnetostatic problem applied to thin shells[J]. IEEE Trans. Magn., 2002, 38(2): 1005-1008.
- [3] 樊明武,颜威利. 电磁场积分方程法[M]. 北京:机械工业出版社,1988:11-19.
- [4] 周国华,肖昌汉,刘胜道,等. 基于六面体单元表面磁场积分法求解三维静磁场[J]. 电工技术学报,2009,24(3):1-7.
- [5] 李卫兵,陈剑,毕传兴,等. 联合波叠加法的全息理论与实验研究[J]. 物理学报,55(3):1264-1270.
- [6] 黄群星,刘冬,王飞,等. 基于截断奇异值分解的三维火焰温度场重建研究[J]. 物理学报,2007,56(11): 6742-6748.
- [7] 毕传兴,陈心昭,周蓉,等. Landweber 迭代近场声全息[J]. 科学通报,2006,51(9):1106-1111.
- [8] 郝燕玲,成怡,孙枫. Tikhonov 正则化向下延拓算法仿真实验研究[J]. 仪器仪表学报,2008,29(3):606-610.
- [9] HANSEN P C. Rank-deficient and Discrete Ill-posed Problems: Numerical Aspects of Linear Inversion [M]. Philadelphia: SIAM, 1998.
- [10] SHOU G F, XIA L, JIANG M F, et al. Truncated total least squares: a new regularization method for the solution of ECG inverse problems[J]. IEEE Transactions on biomedical engineering, 2008, 55(4): 1327-1135.
- [11] 魏木生. 广义最小二乘问题的理论和计算[M]. 北京:科学出版社,2006.